

広大生全体のうち憲法改正に賛成の人の割合を p とします。広大生全体から標本を無作為抽出して、その標本の意見（賛成または反対）を聞くことは、確率 p で「賛成」という結果が生じるベルヌーイ試行と考えられます。そこで、本文で説明した 2 項分布にもとづく検定を行います。

この問題では、「賛成の確率 p が 0.5 より大きい」かどうかを知りたいわけです。このとき、本文中にある推論のやりかたにならうと、もしも

仮に「賛成の確率 p が 0.5 である」とする

→そうすると、「50 人のうち 27 人が賛成する」という、有意水準よりも小さい確率でしかおきかないはずのことが現に起きていることになる

→「賛成の確率 p が 0.5 である」というのは間違いで、賛成の確率 p は本当はもっと大きい、と結論する。

というように推論が進めば、「賛成の確率 p が 0.5 である」という帰無仮説を棄却し、「 p は 0.5 より大きい、つまり過半数が賛成である」という対立仮説を採択することができます。

本当にこのように推論が進むかどうかは、「50 人のうち 27 人が賛成する」ことが有意水準 (5%) よりも小さい確率でしかおきかないかどうかを調べればわかります。ですが、「50 人のうち 27 人が賛成する確率は小さい」という文には、次の 2 通りの意味があります。

1. 「50 人のうち 27 人もその人が賛成する確率は小さい」

賛成する確率 p が 0.5 しかないのに、27 人というたくさんの人が賛成する確率は小さい。そんなにたくさん賛成するとすれば、 p は本当は 0.5 よりももっと大きいのだろう。

2. 「50 人のうち 27 人しか賛成しない確率は小さい」

賛成する確率 p が 0.5 もあるのに、27 人というわずかの人数しか賛成しない確率は小さい。そんなにわずかししか賛成しないとすれば、 p は本当は 0.5 よりももっと小さいのだろう。

この問題では、上の推論は「 p は 0.5 と仮定したがそれは間違いで、0.5 では小さすぎる。本当はもっと大きいはずだ」という結論を導いていますから、1. の場合です。そこで、この推論が本当かどうかを調べるに「帰無仮説で述べている $p = 0.5$ という値は小さすぎるので、『50 人のうち 27 人もその人が賛成する』確率は小さい、つまり『50 人のうち 27 人以上が賛成する』確率は小さい」かどうかを調べます。

問題から、標本数 $n = 50$ 、「賛成」の数 $S = 27$ で、帰無仮説が正しいとすると $p = 0.5$ ですから、これらを本文 (1) 式に代入すると

$$Z = \frac{27 - 50 \cdot 0.5}{\sqrt{50 \cdot 0.5 \cdot (1 - 0.5)}} = 0.566 \quad (A1)$$

となります。「 $p = 0.5$ のとき、50 人のうち 27 人以上が賛成する」確率 $P(S \geq 27)$ 、つまり p 値は、(A1) 式で S がもっと大きくなれば Z も大きくなりますから、 $P(Z \geq 0.566)$ と表されます。

数表から、「 $Z \geq 1.64$ 」となる確率が 5% です。ですから、 Z の値が 1.64 以上であれば p 値が 5% 以下で、すなわち「こんな大きな Z の値は 5% 以下の確率でしか現れない」ので、帰無仮説を棄却し「 Z はもっと小さいはず → p はもっと大きいはず」という対立仮説を採択します。しかし、今回の問題では「 $Z \geq 1.64$ 」ではないので、帰無仮説は棄却されません。よって、有意水準 5% で、「 p はもっと大きい、過半数が賛成である」とは言えない、という結論になります。