

リスクと行動 – 統計的意思決定

朝、家を出るときに、傘を持って行くかどうかを考えることがあると思います。今日雨が降るかどうかは、朝の天気予報をみればわかりますが、予報が「雨が降る確率」で表されているように、その情報は不確かです。傘を持っていても、結局雨が降らなければ、邪魔になるだけです。また、傘を持って行かなくて雨が降ると、濡れてしまって風邪をひくかもしれません。

意思決定とは、上の例のように、次にどういう行動をするかを決めることをいいます。次の行動を決めるときに参考にする情報は、未来についての情報ですから、常に不確かです。したがって、上の例のように「ある行動を起こしたが、その行動は結果的に間違っていた」ということが常に起こりえます。そこで、間違った行動を起こしたときの「損失」を考えて、行動を決定する必要があります。

さらに重要なのは、当然のことですが「今から起こす行動が、正しい行動なのか、それとも間違った行動なのかは、今の時点では不確か」であることです。それを承知の上で意思決定をするために、今から起こす行動によって起きる損失の期待値を考えて、損失の期待値が少ない行動を選ぶという原理を採用します。今日の講義では、このような考え方でデータから行動を決める方法を求めるやりかたである**統計的意思決定**について、「インフルエンザ発生の疑いのある国からの旅行者の入国許可」の問題とからめて説明します。

「損失」の考え方

上の雨傘の例のように、現実の「状況」に適切でない「間違った行動」をとると、何らかの「損失」が生じます。そこで、現在問題になっている「インフルエンザ発生の疑いのある国からの旅行者の入国許可」問題を考えてみましょう。インフルエンザ発生の疑いのある国への渡航した人が帰ってくると、「本当にウイルスを持っている」あるいは「実際にはウイルスを持っていない」という2通りの「状況」が考えられます。もちろん、この人がどちらであるかはわかりません。一方、日本側の行動は、「入国を許可しない（空港ホテルに停留させる）」「入国を許可する」の2通りが考えられます。

このとき、その「状況」と「行動」の組み合わせによって、表1のような結果が生じます。この表からもわかるように、「間違った行動」に対しては損失が生じます。損失には、お金、無駄な時間、あるいは信用などいろいろなものがありますが、統計的意思決定の理論では、これらをひとまとめにして「損失の値」を考えます。「慰謝料」の考え方にあるように、信用や無駄な時間などの損失もお金に換算するのが分かりやすいと思います。損失の逆、これらも金銭的利益あるいは名誉などがありますが、これらもひっくるめて金銭的利益とし、「負の損失」と考えることにします。

さて、問題なのは、「**状況**」は**確実に**はわからないので、いま行動を決定したとしても、それが「正

状況\行動	入国不許可	入国許可
ウイルスあり	被害を未然に防ぐ	蔓延
ウイルスなし	観光・仕事ができず損	とくに問題なし

表 1: 「状況」と「行動」の組み合わせで生じる結果

しい行動」か「間違った行動」かはわからないことです。ウイルスを持っているかどうかは検査しなければわかりませんし、検査しても本当に正確な結果がわかるかどうかはわかりません。ウイルスを持っているかどうかについての「推測」にすぎません。また、検査するにはお金と時間がかかりますから、そもそもすべての入国者を検査することはできないかもしれません。

そこで、とりあえず検査（推測）を行なったとして、それぞれの推測結果に対して、それぞれよかれと思う行動を決めることにします。この「推測結果－行動」の組を、ここでは「行動の決め方」とよぶことにします。例えば、

「検査の結果、ウイルスがあると推測」→「入国不許可」

「検査の結果、ウイルスがないと推測」→「入国許可」

というのは、ごく常識的な、1つの「行動の決め方」です。あるいは、

「検査の結果、ウイルスがあると推測」→「入国不許可」

「検査の結果、ウイルスがないと推測」→やっぱり「入国不許可」

というやりかた、要するに「検査にはお金がかかるので、検査などせず、とにかく『鎖国』してしまえば安全」というのも、1つの「行動の決め方」です。また、

「検査の結果、ウイルスがあると推測」→それでも「入国許可」

「検査の結果、ウイルスがないと推測」→当然「入国許可」

というやりかたもあります。これは、結局「検査などせず、大したことはないから入国させてしまおう」という考えです。

どの「行動の決め方」がいちばんいいかを選ぶのが、今日取り扱う**意思決定**です。意思決定の考え方の指針として、「もっともよい行動の決め方とは、損失を最小にする決め方である」とします。そこで、損失をお金で表すという考えにしたがって、表1のような「状況」と「行動」の組み合わせに対して、発生する損失の額を見積って割り振ります。これを**損失関数**といいます。

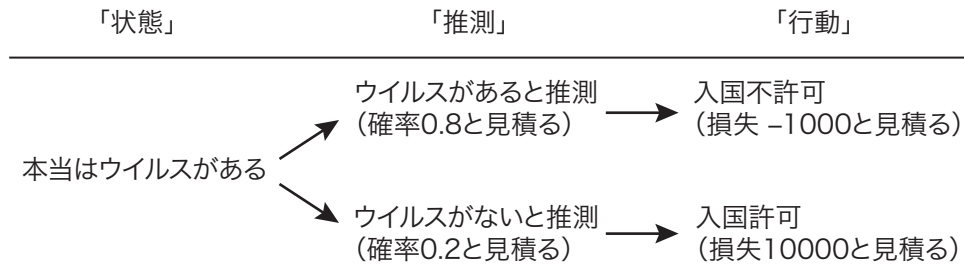
行動の最もよい決め方とは

では、ひとつの「行動の決め方」について、ある「状況」が生じたときの損失はいくらになるでしょうか。それは、何ともいえません。なぜならば、「行動の決め方」では、ひとつの「推測」に対してひとつの「行動」が決まっているのであって、ひとつの「状況」に対してひとつの「行動」が決まっているわけではないからです。

「推測」は不確実ですから、あるひとつの「状況」においても、「推測」の結果にはいくつかの可能性があります。例えば、「本当はウイルスがある」というひとつの「状況」においても、「推測」（検査）の結果は「ウイルスがあると推測」（検査が正解）と「ウイルスがないと推測」（検査が見逃し）の2通りの状況が考えられます。

そこで、「本当はウイルスがある」というひとつの「状況」において、「ウイルスがあると推測」する確率と、「ウイルスがないと推測」する確率を見積もります。こうすると、「本当はウイルスがある」という「状況」での平均損失、すなわち損失の期待値を、図1のように計算することができます。これを**危険関数**といいます。

行動の決め方→ウイルスがあると推測：入国不許可(停留)
ウイルスがないと推測：入国許可



★この「状態」・この「行動の決め方」での、損失の期待値
 $= (-1000) \times 0.8 + 10000 \times 0.2 = 1200$ (危険関数の値)

図 1: 危険関数

以上から、損失は計算できないので、損失のかわりに「損失の期待値」である危険関数を最小にするような行動をとるのが、もっともよい行動の決め方である、ということになります。

しかし、大事なことを忘れています。それは、危険関数は、あるひとつの「状況」に対して決まっているだけで、いまの「状況」が決まらなると危険関数の値も決まらない、ということです、しかし、いま、どの「状況」が起きているかはわかりません。

そこで、これまでの経験や勘、その他の情報から、どの「状況」が起きやすいかを考え、各々の「状況」が起きる確率をあらかじめ想定しておきます。インフルエンザ問題の例ならば、あらかじめ、例えば「ウイルスがある確率が1/1000」のように想定しておくわけです。このような、経験や勘によってあらかじめ決めておく確率を**事前確率**といいます。

事前確率を考えたら、危険関数の値の平均が最小になるような「行動の決め方」を、最終的に選びます。つまり、各々の状況があらかじめ定めた事前確率にしたがって起きると考えて、危険関数の期待値（つまり損失関数の期待値のそのまた期待値）を最小にする「行動の決め方」を選ぶことになります。このことは、よく起きる状況に対応する危険関数の値は重視し、めったに起きない状況に対応する危険関数の値はあまり考慮しなくてもよい、という考え方を表しています。

事前確率は、確率と同じ形式をとっていますが、実際のところ「確信度」と考えてよいでしょう。実生活の上では、「確率」という言葉は「確信度」の意味で使っていることのほうが多いように思います。例えば、ドラマで刑事が「彼が犯人である確率は非常に高い」と言っているのは、実際には確率ではなく刑事の確信度を表しています。事前確率の考えを導入することによって、これまでの経験や予想・勘といったものを統計学に導入することができます。

このような、事前確率を導入した意思決定法を**ベイズ意思決定法**といいます。「ベイズ」という名と事前確率の考え方は、次の第14回の講義で取り扱う「ベイズの定理」にも、もう一度出てきます。

新型インフルエンザ問題の例をベイズ意思決定の例にあてはめてみましょう。日本政府の考えでは、ウイルスを持った人が入国してしまったときの損失は莫大であり、また現在の検査法で、ウイルスを持っている人を発見できる確率が大きいと考えていたので、検査結果にしたがって入国の許可・不許可（停

留)を決めるのがよい、としていました。

しかし、この対応にはその後批判が出ました。ひとつは、航空機内での検査では、ウイルスを持っている人を見逃す確率が大きい、という意見です。つまり、検査をしてもしなくても損失は大してかわらず、それならば検査のコストが無駄、ということを行っています。もうひとつは、政府の想定していた対策はもっと毒性の強いインフルエンザに対するもので、今回のものは毒性がそれほどでもないことが途中でわかったので、その時点で対策を変えるべきだった、というものです。つまり、ウイルスが持ち込まれてしまったときの損失自体が小さいので、航空機内での検査をする必要はなかった(「行動の決め方」の3番目)、ということになります。

このような考え方は、身近にも見られます。生協の食堂は、夏に生卵を売りません。夏は「卵が痛んでいる」という「状況」が起きる事前確率が大きいので、たとえ卵の検査をしたとしても、痛んだ生卵を見逃して売ってしまい、食中毒を起こすという損失の期待値が大きくなります。そこで、卵を売らないことによる利益の見逃し(機会損失といいます)に目をつむってでも、検査もせずにとにかく生卵を売らない、という行動のほうが、危険関数は小さくなると、生協は考えているわけです。

ベイズ意思決定法の「ヘンな」例

では、「行動の決め方」の求め方の例を、テレビ時代劇「暴れん坊将軍」のクライマックスの場面を想定して見てみましょう。これは「ヘンな」例ですが、内容だけでなく、実は統計学的にも問題のある例です。そのことを、この例の最後に説明します。

この番組では、将軍徳川吉宗が身分を隠して江戸で旗本¹の悪事を探索します。クライマックスの場面では、吉宗が悪事を働いている旗本の屋敷に乗り込み、つぎのようなやりとりとなります。

吉宗「その方、余の顔を見忘れたか」

旗本「(しばらく考えた後、はっと気づき) ああっ、う、上様²！」(その場にひれ伏す)

吉宗「(悪事を述べ立てた後) この場で潔く切腹せよ！」

テレビドラマでは、この後旗本は開き直って「上様がこのようなところに来られるはずはない。この者は偽物じゃ」といって吉宗に斬りかかり、チャンバラのあげく斬られてしまいます。

さて、ドラマではこうなっていますが、この旗本は本当はどのように行動すべきかを、ベイズ意思決定法を用いて考えてみましょう。旗本のとるべき行動の決め方は、旗本自身の「目の前にいる将軍を名乗る男が、将軍であるか偽物であるか」の推測結果に対応して、表2にあげる3通りが考えられ³、この中から、もっともよい「行動の決め方」を選びます。

では、まず損失関数を考えてみましょう。旗本は損失関数を次のように見積もりました。

- 「状況」 = 「男が本物の将軍である」場合、
 - － 行動 = 「刃向かう」とすると、例え吉宗を討つのに成功したとしても大罪人には変わりなく、お家断絶で8000石⁴の損失。

¹幕府直属の武士のなかで、将軍に直接会うことができる地位の者。

²「うえさま」と読む。将軍のこと。

³「本物の将軍には刃向かい、偽物の前では切腹する」という選択は明らかに不合理なので、はじめから除外します。

⁴「こく」と読む。武士の収入の単位。

	将軍であろう	偽物だろう
決め方1	切腹する	刃向かう
決め方2	切腹する	切腹する
決め方3	刃向かう	刃向かう

表 2: 行動の決め方

	刃向かう	切腹する
本当は将軍である	8000 石	6000 石
本当は偽物である	-5000 石	2000 石

表 3: 損失関数

- 行動 = 「切腹する」とすると、その潔さに免じるということでわずかながらも息子に家を継がせることができ、6000 石の損失。
- 「状況」 = 「男が偽物である」場合、
 - 行動 = 「刃向かう」とすると、将軍の偽物を討ったという手柄で、5000 石の収入増。
 - 行動 = 「切腹する」とすると、偽物に命令されて切腹したと世間の笑いものになり、息子が幕府の咎めを受け 2000 石の損失。

以上の損失関数をまとめると表 3 の通りになります。

さらに危険関数を求めます。旗本による「目の前の男は、将軍か偽物か」の推測の結果は「将軍であろう」「偽物だろう」のどちらかです。旗本は将軍の顔を知っているので、

- 「状況」 = 「男が本物の将軍である」場合、「将軍であろう」と正しく認識できる確率は 0.9、「偽物である」と見誤る確率は 0.1。
- 「状況」 = 「男が偽物である」場合、旗本が目の前の男を「偽物である」と正しく認識できる確率は 0.9、「将軍である」と見誤る確率は 0.1。

のように設定します。ここまでの、行動の決め方 1～3 について、「状況」 = 「本当は将軍である」「本当は偽物である」の各々の場合に、「将軍であろう」あるいは「偽物であろう」という推測結果が得られる確率と、それらの推測を行った場合の損失関数の値が求められます。そこで、表 4 のように損失関数の期待値、すなわち危険関数を求めることができます。

さて、各々の決め方について危険関数の期待値を求めて行動を決定するには、目の前の男が将軍かどうかの事前確率を決める必要があります。旗本は「将軍は、旗本の屋敷に乗り込んでくることなど通常はないはずである。よって、自分の目の前にいる将軍を名乗る男が、本物の将軍である事前確率は 0.01、偽物である事前確率は 0.99 としよう」と考えたとしましょう。この事前確率を用いると、各々の「行動の決め方」を選んだときの、危険関数の期待値は

- 行動の決め方 1 : $6200 \times 0.01 + (-4300) \times 0.99 = -4195$
- 行動の決め方 2 : $6000 \times 0.01 + 2000 \times 0.99 = 2040$
- 行動の決め方 3 : $8000 \times 0.01 + (-5000) \times 0.99 = -4870$

行動の決め方	「状況」	「将軍か、偽物か」の各推測 × そのときの損失 結果が得られる確率 関数の値 (石)		危険関数の値
		「将軍であろう」	「偽物だろう」	
決め方 1	「本当は将軍である」時	0.9×6000	0.1×8000	6200
	「本当は偽物である」時	0.1×2000	$0.9 \times (-5000)$	-4300
決め方 2	「本当は将軍である」時	0.9×6000	0.1×6000	6000
	「本当は偽物である」時	0.1×2000	0.9×2000	2000
決め方 3	「本当は将軍である」時	0.9×8000	0.1×8000	8000
	「本当は偽物である」時	$0.1 \times (-5000)$	$0.9 \times (-5000)$	-5000

表 4: 各「行動の決め方」、各「状況」に対する危険関数の値

で、決め方 3 のときの危険関数の期待値が最小です。すなわち、『目の前にいる将軍吉宗を名乗る男が、本物かどうか』をどう推測したかにかかわらず、「刃向かう」のが旗本にとって最適な行動の決め方であるということになります。

なにかおかしいと思いませんか

このようにして、「損失の期待値」を最小にする「行動の決め方」を選ぶ方法を説明しました。はたして、これで本当によいのでしょうか？

「損失の期待値」とは、その状況に何度も直面する機会がある時、いつもその「行動の決め方」をしたとしたときの、毎回の損失の平均でしかありません。しかし、実際には、意思決定の機会はそう多いとは限りません。「旗本のところに将軍が乗り込んでくる」などという状況は、そんなにたびたびおこることではないでしょうから、そんなときに平均を考えることにそれほど意味があるとは思えません。

では、期待値を考えても意味はないのでしょうか？ そうではありません。期待値が意味をもつようにするには、機会を多くする方法を考えればよいというのが、前回の講義で説明した「大数の法則」です。第 11 回の講義で説明した「保険」では、各加入者にとっては「事故の機会」はめったにありませんが、加入者をたくさん集めれば、保険会社の立場から見れば「事故の機会」は十分に多く、加入者のうちほぼ一定の割合の人が確実に事故にあいます。

同様に、新型インフルエンザの問題では、日本にやってくるたくさんの入国者を考えるときは、「損失の期待値」を減らすことを考えるのは意味があります。しかし、ひとりの人にとっては、「損失の期待値が小さい」から「安全」という考えを受け入れられるでしょうか。「街に出たら、ウイルスに感染する確率よりも、交通事故にあう確率のほうが大きい」という説得を、国民ひとりひとりが受け入れるかどうかは、もはや統計学の力のおよぶところではありません。

今日の演習

1. 「将軍が単独で探索を行っているらしい」という噂が旗本たちの間に広まっており、問題の旗本も「目の前にいる将軍を名乗る男が、本物の将軍である事前確率は0.30、偽物である事前確率は0.70」と考えたとしましょう。このとき、もっともよい行動の決め方はどうなりますか。
2. テレビ時代劇「水戸黄門」でも「暴れん坊将軍」と同じような設定になっており、商人の隠居に変装した「先の副将軍・徳川光圀」が悪代官などの屋敷に乗り込み、最後に正体を明かして懲らしめます。ただ「暴れん坊将軍」と違うのは、正体を明かす前に光圀の手下の「助さん・格さん」がある程度悪代官やその手下を痛めつけ、「こやつはただの商人の隠居ではない」と悪代官に思わせた後に正体を明かすことになっています。

さて、「水戸黄門」では「暴れん坊将軍」と異なり、正体が明らかになった後に悪代官が刃向かうというストーリーはあまりありません。この悪代官も先の旗本同様ベイズ意思決定によって行動しているとすると、吉宗と光圀の正体の明かし方の違いが旗本・悪代官の意思決定過程のどの部分に影響することで、このような行動の違いが現れると考えられますか。