

2011 年度前期 統計データ解析 A 第 9 回演習

学生番号・氏名： _____

(第 9 回の講義の最後にお話しした問題です。別科目の演習問題より抜粋しました)

さいころを 50 回投げたところ、1 の目が 13 回出た。このさいころは、正しいさいころに比べて 1 が出やすいといえるかどうかを考える。

1. この問題に、講義で説明した知識を用いて答えるには、どのような前提がなりたつ必要があるか。
2. 上の前提が成り立つとする時、有意水準 5% の検定を行なって上の問題に答えよ。

解答例

1. 「さいころを投げて1の目が出る」という事象が、ベルヌーイ試行によって起きていること。「正しいさいころ」では、1の目が出る確率は $1/6$ であること。
2. 問題のさいころで、1の目が出る確率を p とする。また、さいころを投げる回数を n 、うち1の目が出る回数を S とする。正しいさいころでは、1の目が出る確率は $1/6$ であるから、「 p が $1/6$ よりも大きい」といえるかどうかを調べるために、帰無仮説「 $p = 1/6$ 」、対立仮説「 $p > 1/6$ 」という検定を行なう。「1の目が出る」という事象は、確率 p で成功するベルヌーイ試行と考えられるので、さいころを n 回投げたときに1の目が出る回数 S は、2項分布 $B(n, p)$ にしたがう。よって、 n が大きいとき、 S は概ね正規分布 $N(np, np(1-p))$ にしたがうから、

$$Z = \frac{S - np}{\sqrt{np(1-p)}} \quad (\text{A1})$$

とおくと、 Z は標準正規分布 $N(0, 1)$ にしたがう。

問題では $S = 13$ で、そのとき

$$Z = \frac{13 - 50 \cdot 1/6}{\sqrt{50 \cdot 1/6 \cdot (1 - 1/6)}} = 1.77 \quad (\text{A2})$$

となる。この問題では、対立仮説は「 $p > 1/6$ 」であるから、「帰無仮説が正しいとしたとき、1の出る回数 $S = 13$ は多すぎる」かどうかを調べる必要があるので、 $S \geq 13$ である確率が小さいかどうかを調べる必要がある。 $S \geq 13$ である確率は(A1)(A2)式から $Z \geq 1.77$ となる確率と同じである。数表から、 $Z \geq 1.64$ となる確率が5%なので、 $Z \geq 1.77$ となる確率は5%よりも小さい。したがって、有意水準5%で、帰無仮説は棄却され、「このさいころは、正しいさいころよりも1が出やすい」といえる。