

## 2012 年度秋学期 解析応用 第 10 回演習の解答例

---

ヒントのとおり,  $|X - Y| = |(X - X_n) - (Y - X_n)| \leq |X - X_n| + |Y - X_n|$  で, このとき任意の  $\varepsilon$  について  $P(|X - Y| > \varepsilon) \leq P(|X - X_n| + |Y - X_n| > \varepsilon)$  です。

$X_n \xrightarrow{P} X$ ,  $X_n \xrightarrow{P} Y$  なので,  $\lim_{n \rightarrow \infty} P(|X_n - X| \geq \varepsilon) = 0$ ,  $\lim_{n \rightarrow \infty} P(|X_n - Y| \geq \varepsilon) = 0$  であり, よって  $\lim_{n \rightarrow \infty} P(|X - X_n| + |Y - X_n| > \varepsilon) = 0$  です。したがって,  $\lim_{n \rightarrow \infty} P(|X - Y| > \varepsilon) = 0$  で, すなわち  $P(X = Y) = 1$  となります。