2012 年度春学期　応用数学（解析）　第 7 回演習の解答例

1. 特性方程式は $\lambda^2 - 2\lambda - 3 = 0$ で，これを解くと $\lambda = 3, -1$ です。よって，一般解は $x(t) = C_1 e^{3t} + C_2 e^{-t}$（$C_1, C_2$ は任意の定数）となります。初期条件は $x(0) = C_1 + C_2 = 0$, $x'(0) = 3C_1 - C_2 = 4$ ですから，これらから $C_1 = 1$, $C_2 = -1$ が得られます。よって求める特殊解は $x(t) = e^{3t} - e^{-t}$ です。■

2. 特性方程式は $\lambda^2 + 1 = 0$ で，これを解くと $\lambda = \pm i$ です。よって，一般解は $x(t) = C_1 \cos t + C_2 \sin t$（$C_1, C_2$ は任意の定数）となります。初期条件は $x(0) = C_1 \cos(0) + C_2 \sin(0) = C_1 = 1$, $x'(0) = C_1(-\sin(0)) + C_2 \cos(0) = C_2 = 1$ で，求める特殊解は $x(t) = \cos t + \sin t$ です。■

3. 特性方程式は $\lambda^2 - 4\lambda + 4 = 0$ で，これを解くと $\lambda = 2$（重解）となります。よって，一般解は $x(t) = C_1 e^{2t} + C_2 t e^{2t}$（$C_1, C_2$ は任意の定数）となります。初期条件は $x(0) = C_1 = 0$, $x'(0) = 2C_1(e^{(2\cdot 0)}) + C_2(e^{(2\cdot 0)} + 2 \cdot 0 \cdot e^{(2\cdot 0)}) = 2C_1 + C_2 = 1$ ですから，求める特殊解は $x(t) = te^{2t}$ となります。■