

2013 年度秋学期 解析応用 第 10 回演習の解答例

ヒントのとおり, $|X - Y| = |(X - X_n) - (Y - X_n)| \leq |X - X_n| + |Y - X_n|$ で, このとき任意の ε について $P(|X - Y| > \varepsilon) \leq P(|X - X_n| + |Y - X_n| > \varepsilon)$ です。

$X_n \xrightarrow{P} X$, $X_n \xrightarrow{P} Y$ なので, $\lim_{n \rightarrow \infty} P(|X_n - X| \geq \varepsilon) = 0$, $\lim_{n \rightarrow \infty} P(|X_n - Y| \geq \varepsilon) = 0$ であり, よって $\lim_{n \rightarrow \infty} P(|X - X_n| + |Y - X_n| > \varepsilon) = 0$ です。したがって, $\lim_{n \rightarrow \infty} P(|X - Y| > \varepsilon) = 0$ で, すなわち $P(X = Y) = 1$ となります。