2015 年度秋学期　応用数学（解析）　第２回演習の解答例

1. 有理数は２つの整数を分母分子とする分数で表される数ですから，分母を横軸，分子を縦軸とする座標平面上の格子点で表されます。この格子点を渦巻き状にたどって数え上げていけば（ただし約分すれば既にたどった数と同じになるものはとばす），自然数との間に全単射をつくることができます。

2. 1 号室の客には 2 号室に，2 号室の客には 4 号室に，...，n 号室の客には $2n$ 号室に，... それぞれ移ってもらいます。自然数と偶数の基数は同じ $\aleph_0$ ですから，これは可能です。こうすると奇数番号の部屋が空きます。偶数の場合と同様に，奇数の基数も $\aleph_0$ ですから，$\aleph_0$ 人の客を泊めることができます。

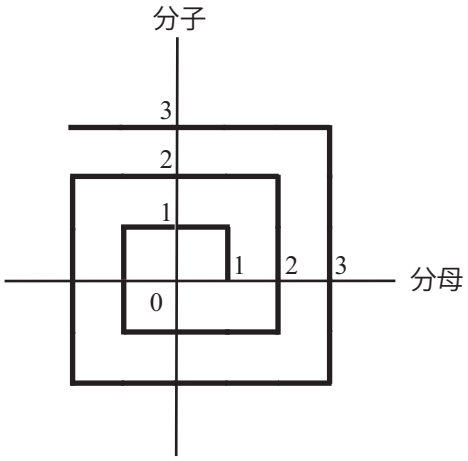

図 1: 有理数と自然数との間の全単射.