

2015 年度秋学期 統計学 第 1 2 回演習の解答例

真の長さを μ とすると、測定値は正規分布 $N(\mu, 0.1^2)$ にしたがいます。10 個の測定値は、母集団分布が $N(\mu, 0.1^2)$ である母集団からのサイズ 10 の標本と考えられますから、10 個の測定値の平均 \bar{X} は $N(\mu, 0.1^2/10)$ にしたがいます。したがって

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\sqrt{0.1^2/10}} \quad (\text{A1})$$

は標準正規分布にしたがい、

$$P(-1.96 \leq \frac{\bar{X} - \mu}{\sqrt{0.1^2/10}} \leq 1.96) = 0.95 \quad (\text{A2})$$

がなりたちます。(A2) 式から

$$P\left(\bar{X} - 1.96\sqrt{0.1^2/10} \leq \mu \leq \bar{X} + 1.96\sqrt{0.1^2/10}\right) = 0.95 \quad (\text{A3})$$

となり、この () 内の不等式の下限と上限が、 μ の 95% 信頼区間の下限と上限を表します。いま \bar{X} は 10 だったので、これを用いて計算すると、95% 信頼区間は [9.94, 10.06] となります。標本サイズが 20 の場合は、(A3) 式で分母の 10 を 20 に置き換えれば求められ、95% 信頼区間は [9.96, 10.04] となります。