2015 年度春学期　統計学　第１２回演習の解答例

真の長さを μ とすると，測定値は正規分布 $N(\mu, 0.1^2)$ にしたがいます。10 個の測定値は，母集団分布が $N(\mu, 0.1^2)$ である母集団からのサイズ 10 の標本と考えられますから，10 個の測定値の平均 $\bar{X}$ は $N(\mu, 0.1^2/10)$ にしたがいます。したがって

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\sqrt{0.1^2/10}} \tag{A1}$$

は標準正規分布にしたがい，

$$P(-1.96 \leqq \frac{\bar{X} - \mu}{\sqrt{0.1^2/10}} \leqq 1.96) = 0.95 \tag{A2}$$

がなりたちます。(A2) 式から

$$P\left(\bar{X} - 1.96\sqrt{0.1^2/10} \leqq \mu \leqq \bar{X} + 1.96\sqrt{0.1^2/10}\right) = 0.95 \tag{A3}$$

となり，この ( ) 内の不等式の下限と上限が，μ の 95% 信頼区間の下限と上限を表します。いま $\bar{X}$ は 10 だったので，これを用いて計算すると，95% 信頼区間は $[9.94, 10.06]$ となります。標本サイズが 20 の場合は，(A3) 式で分母の 10 を 20 に置き換えれば求められ，95% 信頼区間は $[9.96, 10.04]$ となります。