

2015 年度春学期 統計学 第 13 回演習の解答例

標本サイズ (=測定回数) を $n (=10)$ とし、標本平均 $\bar{X} (=10)$ 、不偏分散 $s^2 (=0.1)$ とします。真の含有量を μ とすると、 t 統計量

$$t = \frac{\bar{X} - \mu}{\sqrt{s^2/n}} \quad (\text{A1})$$

は自由度 $n - 1$ の t 分布にしたがいます。よって、 $t_{0.025}(n - 1)$ を「自由度 $n - 1$ の t 分布において、 t 統計量が $t_{0.025}(n - 1)$ 以上である確率が 0.025 になるような t の値 (2.5%点)」とすると、

$$P\left(-t_{0.025}(n - 1) \leq \frac{\bar{X} - \mu}{\sqrt{s^2/n}} \leq t_{0.025}(n - 1)\right) = 0.95 \quad (\text{A2})$$

がなりたつので、 μ の 95%信頼区間は

$$\left[\bar{X} - t_{0.025}(n - 1)\sqrt{\frac{s^2}{n}}, \bar{X} + t_{0.025}(n - 1)\sqrt{\frac{s^2}{n}}\right] \quad (\text{A3})$$

となります。この式に、上記の数値、および $t_{0.025}(9) = 2.262$ を代入すると、 μ の 95%信頼区間は、 $[0.77, 1.23]$ と求められます。