

## 2016 年度秋学期 統計学 第 1 3 回演習の解答例

標本サイズ (=測定回数) を  $n$  (=10) とし, 標本平均  $\bar{X}$  (=10), 不偏分散  $s^2$  (=0.1) とします。真の含有量を  $\mu$  とすると,  $t$  統計量

$$t = \frac{\bar{X} - \mu}{\sqrt{s^2/n}} \quad (\text{A1})$$

は自由度  $n - 1$  の  $t$  分布にしたがいます。よって,  $t_{0.025}(n - 1)$  を「自由度  $n - 1$  の  $t$  分布において,  $t$  統計量が  $t_{0.025}(n - 1)$  以上である確率が 0.025 になるような  $t$  の値 (2.5%点)」とすると,

$$P\left(-t_{0.025}(n - 1) \leq \frac{\bar{X} - \mu}{\sqrt{s^2/n}} \leq t_{0.025}(n - 1)\right) = 0.95 \quad (\text{A2})$$

がなりたつので,  $\mu$  の 95%信頼区間は

$$\left[\bar{X} - t_{0.025}(n - 1)\sqrt{\frac{s^2}{n}}, \bar{X} + t_{0.025}(n - 1)\sqrt{\frac{s^2}{n}}\right] \quad (\text{A3})$$

となります。この式に, 上記の数値, および  $t_{0.025}(9) = 2.262$  を代入すると,  $\mu$  の 95%信頼区間は,  $[0.77, 1.23]$  と求められます。