

2019年度秋学期 画像情報処理 第4回
離散フーリエ変換

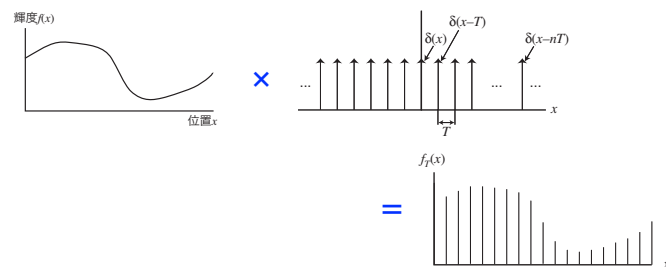
浅野 晃
関西大学総合情報学部



離散フーリエ変換 🤔

サンプリングされた関数のフーリエ変換

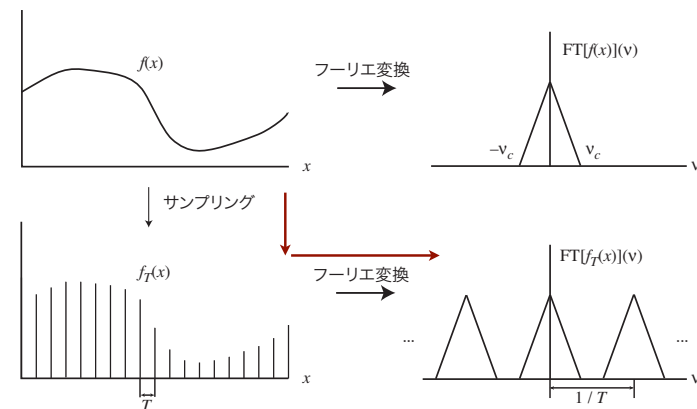
サンプリング $f_T(x) = f(x)\text{comb}_T(x)$



サンプリングされた関数のフーリエ変換

$$\begin{aligned} FT[f_T(x)](\nu) &= FT[f(x)\text{comb}_T(x)](\nu) \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} f(x)\text{comb}_T(x) \exp(-i2\pi\nu x) dx \end{aligned}$$

サンプリングされた関数のフーリエ変換

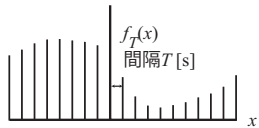


こちらは離散的だが

こちらは離散的でない
→コンピュータで扱えない

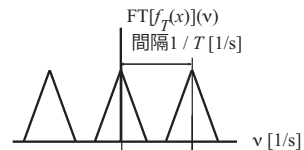
周波数空間でもサンプリング

[実空間]

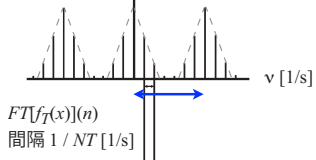


フーリエ変換

[周波数空間]



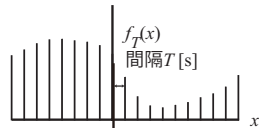
周波数空間で、1周期あたり
N 点のサンプリングをする



実空間ではどうなる？

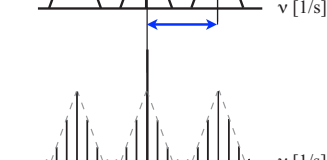
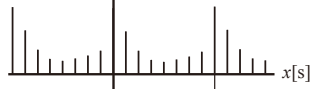
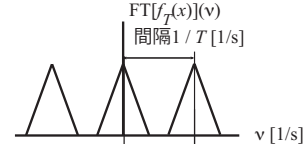
実空間でサンプリング→周波数空間で周期的に現れる
周波数空間でサンプリング→実空間で周期的に現れる

[実空間]



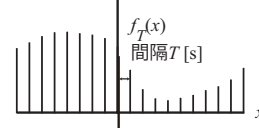
フーリエ変換

[周波数空間]



離散フーリエ変換

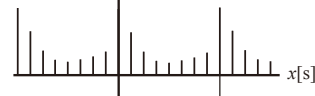
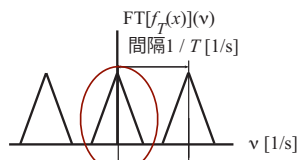
[実空間]



元のフーリエ変換
とはだいぶ違う

フーリエ変換

[周波数空間]



周期NT[s]の周期関数

離散フーリエ
変換は

この計算になっている

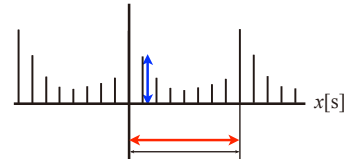


数列の計算にする

元の関数は忘れて、サンプリングされたものを
数列とみなす

$$u(n) = f_T(nT)$$

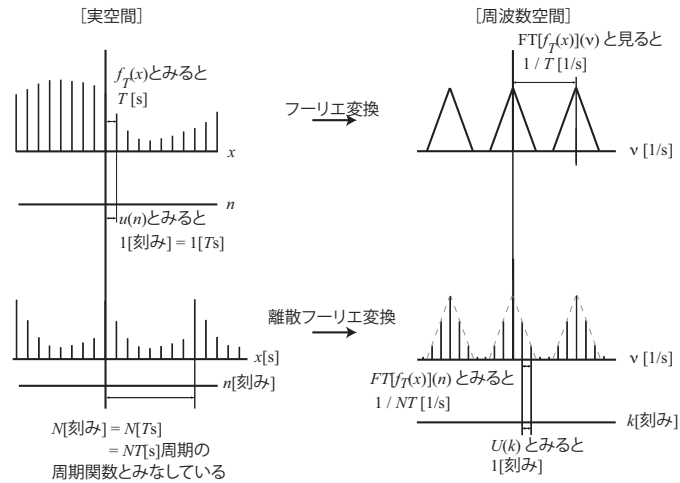
デルタ関数の並びを積分
→離散の場合は、その値を
合計するだけ



離散フーリエ変換(DFT)

$$U(k) = \sum_{n=0}^{N-1} u(n) \exp\left(-i2\pi \frac{k}{N} n\right) \quad (k = 0, 1, \dots, N-1)$$

離散フーリエ変換



第2部へ

第2部は画像データ圧縮

画像の細かいところを、見た目にはわからないようにごまかして、データ量を減らす

「細かいところ」はどのように表現されるか？

→周波数で表現される

そういうわけで、もう少しフーリエ変換とおつきあいください。

もっと一般的な原理から説明します。まずは数学の「行列」から。