2019年度春学期　統計学　　第５回

分布をまとめる—平均・分散

浅野　晃
関西大学総合情報学部

代表値🤔

代表値とは

統計学が相手にするのは，
「分布」しているデータ

（大般若会の写真）

データをこんな
ふうに読めれば
いいけれど…

http://www3.ic-net.or.jp/~yaguchi/houwa/daihannya.htm

代表値とは

こんなことはできないので，

- 図示する（ヒストグラム）
- ひとつの数にまとめる

（大般若会の写真）

［代表値］

数字で表されていれば，
計算ができる

http://www3.ic-net.or.jp/~yaguchi/houwa/daihannya.htm

平均

とくに［算術平均］は
代表的な代表値

（算術）平均
＝（データの総和）÷（数値の個数）
↑
”／”でも同じ意味

A. Asano, Kansai Univ.

平均

データ $x_1, x_2, \ldots, x_n$ のとき
数値の個数（データサイズ） n

平均 $\bar{x} = \dfrac{x_1 + x_2 + \cdots + x_n}{n} = \dfrac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$

和

A. Asano, Kansai Univ.

データサイズ？

「データ」という言葉は，
数値の集まりをさす
（１つ１つの数値ではない）

データの中に含まれる数値の個数を
データの大きさ（サイズ）という

家族(family)という言葉に似ている

A. Asano, Kansai Univ.

度数分布から平均を求める

度数分布とは，これでした

以上	未満	階級値	度数	相対度数
15	25	20	4	0.08 (8%)
25	35	30	3	0.06 (6%)
35	45	40	3	0.06 (6%)
45	55	50	8	0.16 (16%)
55	65	60	12	0.24 (24%)
65	75	70	8	0.16 (16%)
75	85	80	9	0.18 (18%)
85	95	90	3	0.06 (6%)
x	x	x	計 50	計 1 (100%)

A. Asano, Kansai Univ.

度数分布から平均を求める

平均=(データの合計)/(データサイズ)
=([階級値×度数]の合計)/(データサイズ)
=[階級値×(度数/データサイズ)]の合計
=[階級値×相対度数]の合計

以上	未満	階級値	度数	相対度数
15	25	20	4	0.08 (8%)
25	35	30	3	0.06 (6%)
35	45	40	3	0.06 (6%)
45	55	50	8	0.16 (16%)
55	65	60	12	0.24 (24%)
65	75	70	8	0.16 (16%)
75	85	80	9	0.18 (18%)
85	95	90	3	0.06 (6%)
x	x	x	計 50	計 1 (100%)

A. Asano, Kansai Univ.

分散と標準偏差🤔

A. Asano, Kansai Univ.

「ばらつき」を数字で

分布は，
大小ばらばらな数値からなるデータ

どのくらいばらばらかを，
数字で表そう

A: 0, 3, 3, 5, 5, 5, 5, 7, 7, 10
B: 0, 1, 2, 3, 5, 5, 7, 8, 9, 10
C: 3, 4, 4, 5, 5, 5, 5, 6, 6, 7

どう違う？

平均は
どれも5

A. Asano, Kansai Univ.

レンジとばらつき

A: 0, 3, 3, 5, 5, 5, 5, 7, 7, 10
B: 0, 1, 2, 3, 5, 5, 7, 8, 9, 10
C: 3, 4, 4, 5, 5, 5, 5, 6, 6, 7

Cは，最大と最小の差［レンジ］が
違う

A, Bはレンジは同じだが，
Bのほうがばらついている
ように見える

A. Asano, Kansai Univ.

偏差

各数値と平均との差を［偏差］という

-5 -2 -2 0 0 0 0 +2 +2 +5

A: 0, 3, 3, 5, 5, 5, 5, 7, 7, 10

B: 0, 1, 2, 3, 5, 5, 7, 8, 9, 10

-5 -4 -3 -2 0 0 +2 +3 +4 +5

偏差を平均したら，AとBのばらつきの違いが表せる？

A. Asano, Kansai Univ.

偏差の平均？

だめ。平均したらゼロ

-5 -2 -2 0 0 0 0 +2 +2 +5

A: 0, 3, 3, 5, 5, 5, 5, 7, 7, 10

B: 0, 1, 2, 3, 5, 5, 7, 8, 9, 10

-5 -4 -3 -2 0 0 +2 +3 +4 +5

A. Asano, Kansai Univ.

偏差を２乗する

偏差を２乗したら，全部正の数になるから，それから平均する

25 4 4 0 0 0 0 4 4 25

-5 -2 -2 0 0 0 0 +2 +2 +5

A: 0, 3, 3, 5, 5, 5, 5, 7, 7, 10

B: 0, 1, 2, 3, 5, 5, 7, 8, 9, 10

-5 -4 -3 -2 0 0 +2 +3 +4 +5

25 16 9 4 0 0 4 9 16 25

A. Asano, Kansai Univ.

分散

平均 *6.6*

25 4 4 0 0 0 0 4 4 25

-5 -2 -2 0 0 0 0 +2 +2 +5

A: 0, 3, 3, 5, 5, 5, 5, 7, 7, 10

B: 0, 1, 2, 3, 5, 5, 7, 8, 9, 10

-5 -4 -3 -2 0 0 +2 +3 +4 +5

25 16 9 4 0 0 4 9 16 25

平均 *10.8*

［分散］＝(偏差)^{2}の平均

A. Asano, Kansai Univ.

分散と標準偏差

［分散］＝(偏差)²の平均　　式で書くと

1番の数値　　データの平均

$$\sigma^2 = \frac{1}{n}\left\{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \cdots + (x_n - \bar{x})^2\right\}$$

$$= \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2$$

n 個たして

n で割る

分散の平方根を［標準偏差］という

A. Asano, Kansai Univ.

度数分布から分散を求める

データの平均＝[階級値×相対度数]の合計

分散＝(偏差)²の平均

＝[(偏差)²×相対度数]の合計

＝[(階級値−データの平均)²×相対度数]の合計

以上	未満	階級値	度数	相対度数
15	25	20	4	0.08 (8%)
25	35	30	3	0.06 (6%)
35	45	40	3	0.06 (6%)
45	55	50	8	0.16 (16%)
55	65	60	12	0.24 (24%)
65	75	70	8	0.16 (16%)
75	85	80	9	0.18 (18%)
85	95	90	3	0.06 (6%)
x	x	x	計 50	計 1 (100%)

A. Asano, Kansai Univ.

なぜ２乗？

偏差の２乗ではなく，
偏差の「絶対値」ではいけないの？

絶対値の関数は，途中に折れ目が
あってむずかしい

2乗を表す関数のグラフ
（放物線）には折り目はない

A. Asano, Kansai Univ.

マイナスかけるマイナス＝プラス？

プラスとマイナスは，「向きが反対」

東に1kmに進むのが「+1km」なら
西に1km進むのは「−1km」

1時間後が「+1時間」なら
1時間前は「−1時間」

+50km/h（東向き）

西　東

+1時間（後）

+50km/h × +1時間
= +50km（東にいる）

−50km/h（西向き）

西　東

−1時間（前）

−50km/h × −1時間
= +50km（東にいる）

A. Asano, Kansai Univ.

標準得点🤔

A. Asano, Kansai Univ.

「試験で70点」は優れているのか

試験で70点をとった。
まわりより優れているのか？

一緒に受けた人たちの平均点が

50点なら　優れている

80点なら　劣っている

A. Asano, Kansai Univ.

「試験で70点」は優れているのか

試験で70点をとった。
まわりよりとても優れているのか？

一緒に受けた人たちの平均点が

~~50点なら　まあ優れている~~

~~30点なら　とても優れている~~　…？

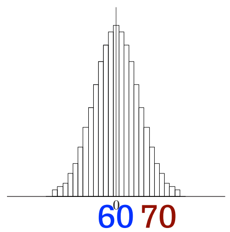
分散も考えないと，答えられない

A. Asano, Kansai Univ.

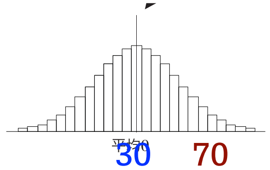
「試験で70点」は優れているのか

一緒に受けた人たちが

平均60点で
標準偏差5点



平均30点で
標準偏差20点



70点の
「地位」
は同じ。

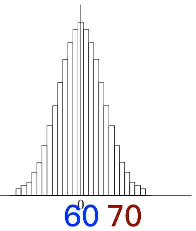
A. Asano, Kansai Univ.

「地位」を数字で表す

一緒に受けた人たちが

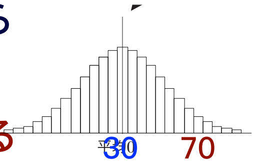
平均60点で標準偏差5点なら

70点の人は，平均を
標準偏差の2倍上回っている



平均30点で標準偏差20点なら

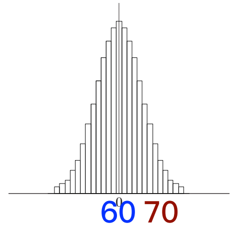
70点の人は，やはり平均を
標準偏差の2倍上回っている



70点の「地位」は同じ

標準得点

平均を
標準偏差の2倍上回っている



［標準得点］が2点

平均を標準偏差の2倍
下回っているなら

標準得点が-2点

標準得点への換算

標準得点＝
　分布中のある数値が，
　平均を標準偏差の何倍
　上回って／下回っているか

分布そのものを
平均0，標準偏差1に「変換」したら？

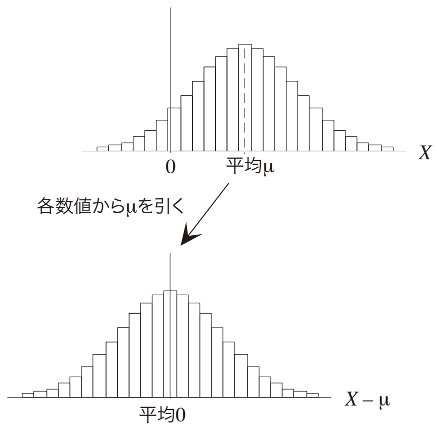
その数値の変換後の値が，
そのまま標準得点になる

分布の変換

分布中の各数値から，平均を引く

平均μ
標準偏差σ

平均0
標準偏差σ

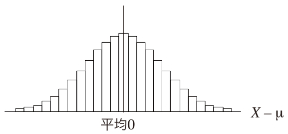


分布の変換（続き）

分布中の各数値から，平均を引いて
標準偏差で割る

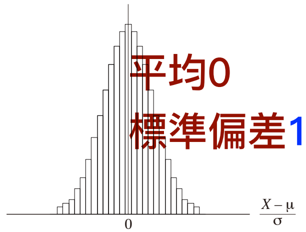
各数値の偏差は　(1/σ)倍
分散は(偏差)²の平均　(1/σ)²倍
標準偏差は分散の平方根 (1/σ)倍

平均0
標準偏差σ



各数値を
(1/σ)倍

各数値を
(1 / σ)倍する



平均0
標準偏差1

A. Asano, Kansai Univ.

式で書くと

分布そのものをXとすると

$Z = (X - \mu) / \sigma$

と変換すると，Zは平均0，標準偏差1

A. Asano, Kansai Univ.

受験産業でいう「偏差値」

平均0，標準偏差1の分布Zを，さらに

$W = 10Z + 50$

と変換すると，Wは平均50，標準偏差10

これが［偏差値］

偏差値70	平均よりも，標準偏差の2倍上回っている
偏差値40	平均よりも，標準偏差の1倍下回っている

A. Asano, Kansai Univ.