

離散フーリエ変換

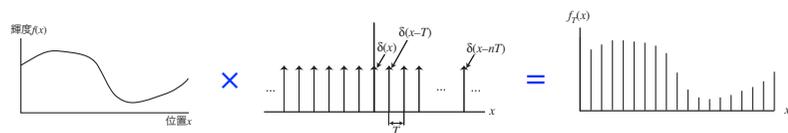
浅野 晃
関西大学総合情報学部



離散フーリエ変換 🤔

サンプリングされた関数のフーリエ変換

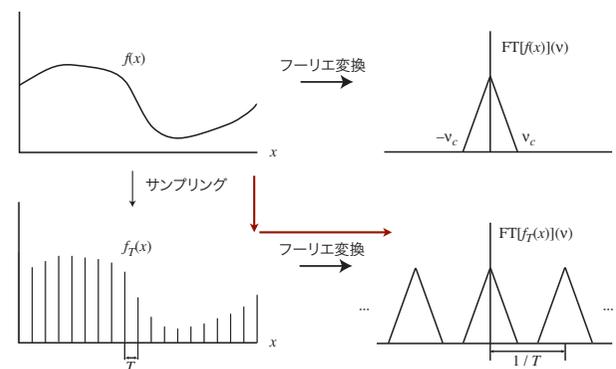
サンプリング $f_T(x) = f(x)\text{comb}_T(x)$



サンプリングされた関数のフーリエ変換

$$\begin{aligned} FT[f_T(x)](\nu) &= FT[f(x)\text{comb}_T(x)](\nu) \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} f(x)\text{comb}_T(x) \exp(-i2\pi\nu x) dx \end{aligned}$$

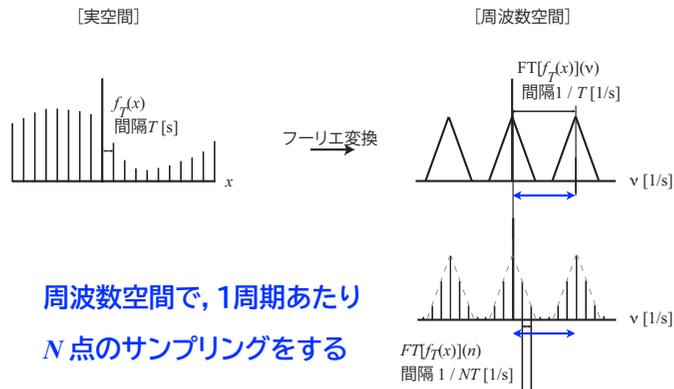
サンプリングされた関数のフーリエ変換



こちらは離散的だが

こちらは離散的でない→コンピュータで扱えない

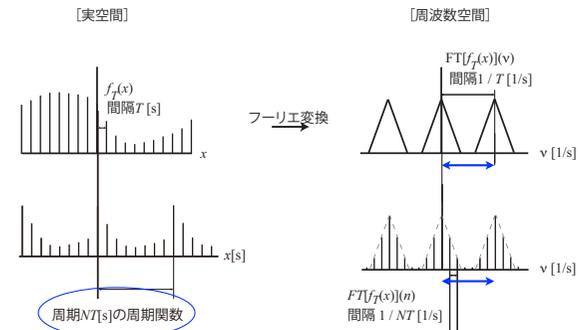
周波数空間でもサンプリング



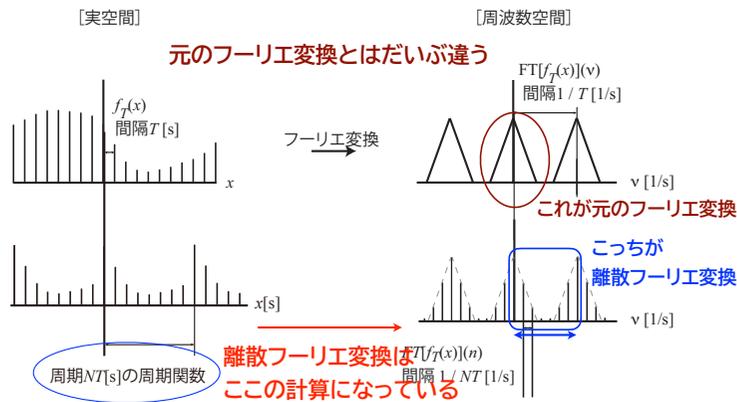
周波数空間で、1周期あたり
N 点のサンプリングをする

実空間ではどうなる？

実空間でサンプリング→周波数空間で周期的に現れる
周波数空間でサンプリング→実空間で周期的に現れる



離散フーリエ変換



元のフーリエ変換とはだいぶ違う

これが元のフーリエ変換

こっちが
離散フーリエ変換

離散フーリエ変換は
この計算になっている

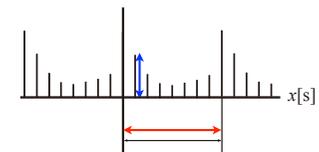
数列の計算にする

元の関数は忘れて、サンプリングされたものを数列とみなす

$$u(n) = f_T(nT)$$

デルタ関数の並びを積分

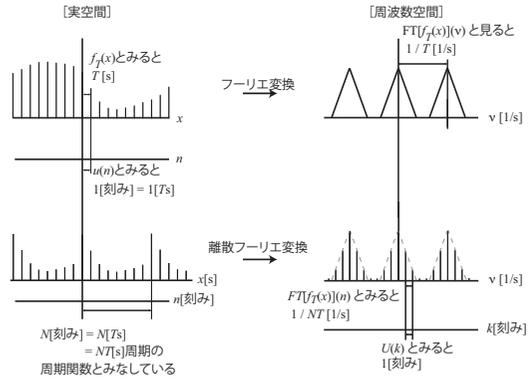
→離散の場合は、その値を合計するだけ



離散フーリエ変換(DFT)

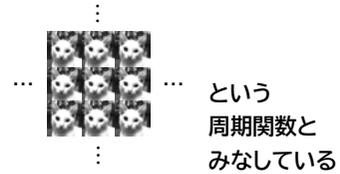
$$U(k) = \sum_{n=0}^{N-1} u(n) \exp\left(-i2\pi \frac{k}{N}n\right) \quad (k = 0, 1, \dots, N-1)$$

離散フーリエ変換



の離散フーリエ変換は

実際には



第2部へ

第2部は画像データ圧縮

画像の細かいところを、見た目にはわからないようにごまかして、データ量を減らす

「細かいところ」はどのように表現されるか？

→周波数で表現される

そういうわけで、もう少しフーリエ変換とおつきあいください。

もっと一般的な原理から説明します。まずは数学の「行列」から。