2021 年度春学期　統計学　第１２回演習の解答例

真の長さを μ とすると，測定値は正規分布 $N(\mu, 0.2^2)$ にしたがう。10 個の測定値は，母集団分布が $N(\mu, 0.2^2)$ である母集団からのサイズ 10 の標本と考えられるから，10 個の測定値の平均 $\bar{X}$ は $N(\mu, \dfrac{0.2^2}{10})$ にしたがう。よって

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\sqrt{\frac{0.2^2}{10}}} \tag{A1}$$

は標準正規分布にしたがい，

$$P(-1.96 \leqq \frac{\bar{X} - \mu}{\sqrt{\frac{0.2^2}{10}}} \leqq 1.96) = 0.95 \tag{A2}$$

がなりたつ。(A2) 式から

$$P\left(\bar{X} - 1.96\sqrt{\frac{0.2^2}{10}} \leqq \mu \leqq \bar{X} + 1.96\sqrt{\frac{0.2^2}{10}}\right) = 0.95 \tag{A3}$$

となり，この ( ) 内の不等式の下限と上限が，μ の 95% 信頼区間の下限と上限を表す。問題文では $\bar{X}$ は 10 なので，これを用いて計算すると，95% 信頼区間は $[9.88, 10.12]$ となる。