

2023 年度秋学期 応用数学（解析） 第 2 回演習の解答例

1. 有理数は 2 つの整数を分母分子とする分数で表される数ですから、分母を横軸、分子を縦軸とする座標平面上の格子点で表されます。この格子点を渦巻き状にたどって数え上げていけば（ただし約分すれば既にたどった数と同じになるものはとばす）、自然数との間に全単射をつくることができます。
2. 1 号室の客には 2 号室に、2 号室の客には 4 号室に、 \dots 、 n 号室の客には $2n$ 号室に、 \dots それぞれ移ってもらいます。自然数と偶数の基数は同じ \aleph_0 ですから、これは可能です。こうすると奇数番号の部屋が空きます。偶数の場合と同様に、奇数の基数も \aleph_0 ですから、 \aleph_0 人の客を泊めることができます。

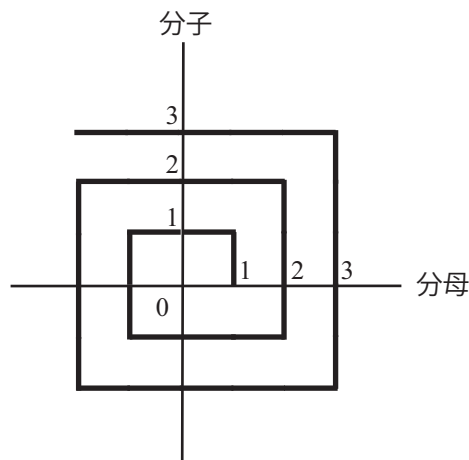


図 1: 有理数と自然数との間の全単射.