

2023 年度秋学期 統計学 第 13 回演習の解答例

標本サイズ (=測定回数) を n (=10) とし, 標本平均 \bar{X} (=10.0), 不偏分散 s^2 (=0.04) とする。真の長さを μ とするとき, t 統計量

$$t = \frac{\bar{X} - \mu}{\sqrt{\frac{s^2}{n}}} \quad (\text{A1})$$

は自由度 $n - 1$ の t 分布にしたがう。よって, $t_{0.025}(n - 1)$ を「自由度 $n - 1$ の t 分布において, t 統計量が $t_{0.025}(n - 1)$ 以上である確率が 0.025 になるような t の値 (2.5%点)」とすると,

$$P\left(-t_{0.025}(n - 1) \leq \frac{\bar{X} - \mu}{\sqrt{\frac{s^2}{n}}} \leq t_{0.025}(n - 1)\right) = 0.95 \quad (\text{A2})$$

がなりたつので, μ の 95%信頼区間は

$$\left[\bar{X} - t_{0.025}(n - 1)\sqrt{\frac{s^2}{n}}, \bar{X} + t_{0.025}(n - 1)\sqrt{\frac{s^2}{n}}\right] \quad (\text{A3})$$

となる。この式に, 上記の数値, および $t_{0.025}(9) = 2.262$ を代入すると, μ の 95%信頼区間は, [9.86, 10.14] と求められる。