

2024 年度秋学期 統計学 第 1 2 回演習の解答例

真の長さを μ とすると、測定値は正規分布 $N(\mu, 0.2^2)$ にしたがう。10 個の測定値は、母集団分布が $N(\mu, 0.2^2)$ である母集団からのサイズ 10 の標本と考えられるから、10 個の測定値の平均 \bar{X} は $N(\mu, \frac{0.2^2}{10})$ にしたがう。よって

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\sqrt{\frac{0.2^2}{10}}} \quad (\text{A1})$$

は標準正規分布にしたがい、

$$P(-1.96 \leq \frac{\bar{X} - \mu}{\sqrt{\frac{0.2^2}{10}}} \leq 1.96) = 0.95 \quad (\text{A2})$$

がなりたつ。(A2) 式から

$$P\left(\bar{X} - 1.96\sqrt{\frac{0.2^2}{10}} \leq \mu \leq \bar{X} + 1.96\sqrt{\frac{0.2^2}{10}}\right) = 0.95 \quad (\text{A3})$$

となり、この () 内の不等式の下限と上限が、 μ の 95% 信頼区間の下限と上限を表す。問題文では \bar{X} は 10 なので、これを用いて計算すると、95% 信頼区間は $[9.88, 10.12]$ となる。