

2024年度春学期

# 応用数学(解析)

第1回

イントロダクション

— ちょっとかわいい数学を



関西大学総合情報学部  
浅野 晃

数学を学ぶこと🤔

## 数学を学ぶこととは

「問題を解くこと」ではありません

試験では問題を解いてはもらいますが…

大事なのは「わかる💡」こと。

数学の考え方や思想を理解しましょう。

## 数学の特徴は

抽象化・一般化

微分や積分は、量の変化を調べる。

— 乗り物の速度🚗

— 放射性元素の崩壊☢️

— 気候の変化☀️

何にでも使えます

## 「無限」の理解🤔

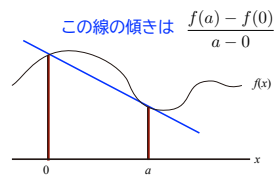
## 無限と数学

微分・積分は「無限」でできている

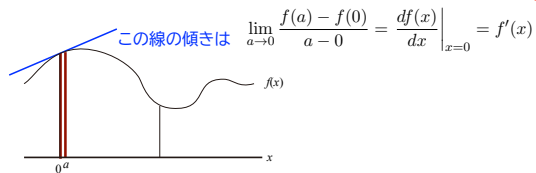
微分は「無限に短い時間での変化」

積分は「図形を無限に細かく分けて面積を求める」

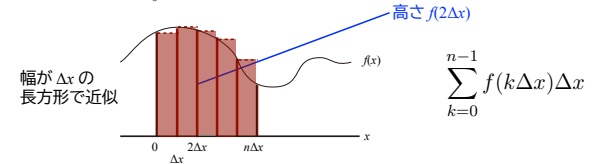
## 微分とは



$a \rightarrow 0$   
幅を無限に狭く



## 積分とは



$\Delta x \rightarrow 0$   
区切りを無限に細かく

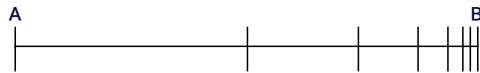
$$\int_0^a f(x) dx$$

これが積分

## 無限とは、「多い」だけではない

### ゼノンのパラドックス

A地点からB地点に行くには、



無限個の2分点を通らなければならないから、永遠にたどり着かない？

数学が、これをどうやって克服してきたかをお話します。

(2分点は無限にあるが、2分点間の距離の合計は「収束」する)

## 基本的な微分方程式 🤔

## 微分方程式とは

ふつうの方程式は、解は「数」  $x^2 - 5x + 3 = 0$

微分方程式は、解が「関数」で、その微分が含まれる方程式

$x$  が  $t$  の関数(つまり  $x(t)$ ) のとき、

$$\begin{aligned} x' &= x && \text{関数は「量の変化」} \\ x'' - 5x' + 6x &= 0 && \text{微分方程式は「変化の条件」} \end{aligned}$$

微分方程式を解くと、「どう変化するか 📈」がわかる

## 基本的な微分方程式

微分方程式は、  
特定のパターンのものしか解けない 🤔

基本的なパターンをいくつか紹介します。

## 微分方程式に関する話題🤔

## 微分方程式の応用例

### 放射性原子核の崩壊 🧳

原子が崩壊して、数が半分になるまでの時間(半減期)は、  
いつの時点でも同じ

### 振動と共鳴 🦉

振動は、運動と反対方向に復元力が働いて起きる  
強制力を加えると、振動が無限に大きくなることもある(共鳴)

## 「その先の解析学」への導入🤔

## 複素関数とは

### 複素数とは

$x^2 = -1$  の解は?  $i = \sqrt{-1}$  として  $\pm i$

### 複素関数とは

複素数の関数で、値も複素数

これを使うと、

- 三角関数を指数関数で表せる
- 実関数で解けない積分が解ける

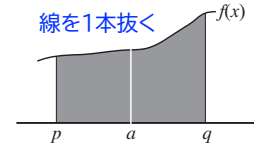
## 測度論とは

長さ・面積・体積・質量など、いろいろな測り方があるけれど  
これらを一般的に「測度」という

「測る」とは何か？

測ることのできる集合とは何か？

## 積分に対する疑問



この面積は

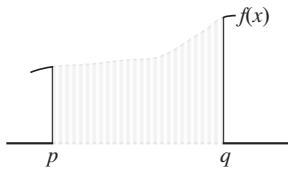
$$\int_p^q f(x) dx \text{ から}$$

$$\int_a^a f(x) dx \text{ を抜いたもの}$$

幅が0のとき、積分は0だから 面積は変わらない



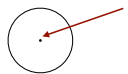
## 結論だけいえば



全ての有理数の位置の線を  
全部抜いても  
本当に面積は変わらないか？

変わらない 😊

「有理数全体の集合」の測度は0



パスタ 🍝 が「アルデンテ」のとき  
芯は「存在する」が、測度は0

## もう一度いいますが

ちょっと、カッコいい数学を。