

## 2024 年度春学期 応用数学（解析） 第7回演習の解答例

---

1. 特性方程式は  $\lambda^2 - 2\lambda - 3 = 0$  で、これを解くと  $\lambda = 3, -1$  です。よって、一般解は  $x(t) = C_1 e^{3t} + C_2 e^{-t}$  ( $C_1, C_2$  は任意の定数) となります。初期条件は  $x(0) = C_1 + C_2 = 0$ ,  $x'(0) = 3C_1 - C_2 = 4$  ですから、これらから  $C_1 = 1, C_2 = -1$  が得られます。よって求める特殊解は  $x(t) = e^{3t} - e^{-t}$  です。■
2. 特性方程式は  $\lambda^2 + 1 = 0$  で、これを解くと  $\lambda = \pm i$  です。よって、一般解は  $x(t) = C_1 \cos t + C_2 \sin t$  ( $C_1, C_2$  は任意の定数) となります。初期条件は  $x(0) = C_1 \cos(0) + C_2 \sin(0) = C_1 = 1$ ,  $x'(0) = C_1(-\sin(0)) + C_2 \cos(0) = C_2 = 1$  で、求める特殊解は  $x(t) = \cos t + \sin t$  です。■
3. 特性方程式は  $\lambda^2 - 4\lambda + 4 = 0$  で、これを解くと  $\lambda = 2$  (重解) となります。よって、一般解は  $x(t) = C_1 e^{2t} + C_2 t e^{2t}$  ( $C_1, C_2$  は任意の定数) となります。初期条件は  $x(0) = C_1 = 0$ ,  $x'(0) = 2C_1(e^{2 \cdot 0}) + C_2(e^{2 \cdot 0}) + 2 \cdot 0 \cdot e^{(2 \cdot 0)} = 2C_1 + C_2 = 1$  ですから、求める特殊解は  $x(t) = t e^{2t}$  となります。■