

## 2024 年度春学期 応用数学（解析） 第 11 回演習の解答例

---

単振動の時の一般解は  $x(t) = A \cos(\omega_0 t + \phi)$  と表され、このとき  $x'(t) = -A\omega_0 \sin(\omega_0 t + \phi)$  です。題意より  $x(0) = A \cos \phi = 0$ ,  $x'(0) = -A\omega_0 \sin \phi = v$  です。 $A = 0$  とすると  $x \equiv 0$  となり、単振動になりません。そこで、 $\cos \phi = 0$  であり、 $\phi = \frac{\pi}{2}$  とすることができます。

$\phi = \frac{\pi}{2}$  のとき  $\sin \phi = 1$  ですから、 $x'(0) = -A\omega_0 \sin \phi = v$  より  $-A\omega_0 = v$  となります。よって、 $A = -\frac{v}{\omega_0}$  です。

以上から、求める特殊解は  $x = -\frac{v}{\omega_0} \cos(\omega_0 t + \frac{\pi}{2})$ , すなわち  $x = \frac{v}{\omega_0} \sin \omega_0 t$  となります。