2024年度春学期

統計学

第10回
分布の推測とは
– 標本調査，度数分布と
確率分布

関西大学総合情報学部
浅野 晃

「統計学」の後半は
統計的推測💡

「統計的推測」とは

ここまでは

データを度数分布で整理する
度数分布を要約する（平均・分散）

記述統計学

調べたいデータ全体を調べられるか？

「統計的推測」とは

調べたいデータ全体を調べられるか？
日本男性全員の身長を調べられるか？

データ全体の数値をすべて調べるのは，
費用や時間がかかる

最近はそうでもないのでは…（ぼそ）

その通りで，「ビッグデータ」という言葉がよく聞かれたこともあり，さらに今は「機械学習」もさかんになりました。

「統計的推測」とは

調べたいデータ全体を調べられるか？
日本男性全員の身長を調べられるか？ ※なぜ例が「男性」なのかは，もう少し先で。

データを集める手間は劇的に減ったけれど
測定作業の手間や費用は変わらない

それに，調べると，壊れてしまうものもある

料理をすべて味見してしまったら，食べるものがなくなってしまう

「統計的推測」とは

調べたいデータ全体を調べられるか？
日本男性全員の身長を調べられるか？

データの一部を調べて度数分布を推測する

いや，せめて平均や分散を推測する

統計的推測

統計的推測の基本は「くじびき」🎯

偏った抽出をしてしまうと

統計的推測は，

集団のデータ全体を調べていないのに，
集団全体のようすを調べようとする

結果が間違っている可能性がある

バレーボール🏐やバスケットボール🏀の選手ばかり選んでしまったら
「日本人はすごく背が高い？」

「まんべんなく」抽出できるか？

わざわざ背の高い人ばかり選ぶことはない

高低まんべんなく選べば，
その平均は集団の平均とだいたい同じ

それはそうだけど

集団にどんな人👽がいるか何も知らないのに
選ばれた人が，集団のなかで背が高いか低いかなどわからない

公平なくじ引きで選ぶ

集団にどんな人がいるか何も知らないのに
選ばれた人が，集団のなかで背が高いか低いかなどわからない

「まんべんなく選ぶ」のは無理

なので

公平なくじ引きで選ぶ

くじ引きで選ぶと

集団からくじびきで選ぶと

偶然，⚾🏀選手のような人ばかりを
選んでしまって，おかしな結果になる可能性が
ないわけではないけれど，

そうなる確率は小さい　　その確率も計算できる。

無作為抽出

データ全体から，いくつかの数値を
公平なくじびきで選ぶ

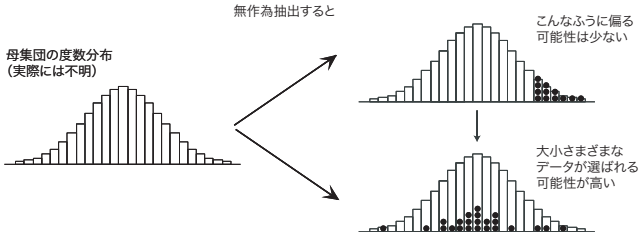
[無作為標本抽出]あるいは
[無作為抽出]という

調べたい(が全部を調べるのは無理な)集団[母集団]

調べられる程度のデータ[標本(サンプル)]

無作為抽出

集団からくじびきで選ぶと



★たくさんの人を抽出すると，偏らないか？

無作為抽出なら，そう期待できる。(今日の後半)

無作為抽出でなければ，必ずしもそうではない。

(ツイッターのTLは「鏡に映った自分の意見」)

標本「サイズ」

「母集団」や「標本」という言葉は，

「データ」と同様，数値の集まりをさす(1つ1つの数値ではない)

母集団も標本も，その中に含まれる数値の個数を

大きさ(サイズ)という

([標本サイズ]とはいうが，標本数やサンプル数とはいわない)

家族(family)という言葉に似ている

※「母集団のサイズ」を母数とはいいません。母数は別の意味です(よくある誤り)

※「サンプル数」という誤った表記をよく見かけますが，標本サイズは数えられる程度の数であることが多いからでしょうか。

度数分布と確率分布🤔

度数分布と確率分布

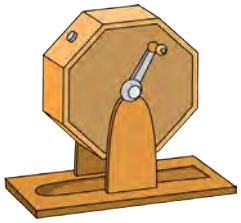
標本を無作為抽出するとき

ある数値が出てくる確率がどのくらいになるか

さっきの

「偏った数値ばかり選んでしまう」確率を求めるのにも必要

「公平なくじびき」と当たり確率

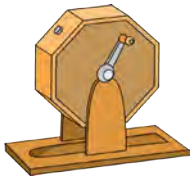


https://illpop.com/png_season/dec01_a07.htm

この中に入っている当たりくじの割合が
20%とする

くじを1回ひいて，当たる確率は？　　20% 本当？

「公平なくじびき」と当たり確率

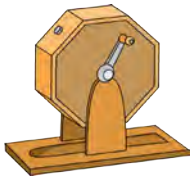


当たりくじの割合が20%なら，
当たる確率も20%

これが本当であるためには，

- どのくじも同じ確率で選ばれる
- ある回のくじびきの結果が，他の回に影響しない（独立）

「公平なくじびき」と当たり確率



どのくじも同じ確率で選ばれるのなら，

くじの総数のうち20%が当たり
→当たりが出る確率は20%

（ラプラスの確率の定義）

度数分布で考えると

母集団の度数分布

階級値	相対度数
⋱	
162.5	15%
167.5	20%
172.5	20%
177.5	10%
⋱	

無作為抽出 →

階級値172.5の人が
選ばれる確率は

20%

度数分布で考えると

どの階級についても同じだから

母集団の度数分布

階級値	相対度数
162.5	15%
167.5	20%
172.5	20%
177.5	10%

無作為抽出 →

標本の[確率分布]

階級値	選ばれる確率
162.5	15%
167.5	20%
172.5	20%
177.5	10%

確率分布と確率変数

つまり 母集団の度数分布（母集団分布） ＝ 標本の確率分布

階級値	選ばれる確率
162.5	15%
167.5	20%
172.5	20%
177.5	10%

標本は，
値がいくらになるかは決まっていない
しかし確率分布が決まっている
（知っているかどうかは別）

こういう数を[確率変数]という
（中国語では随機変数）

「標本は，確率変数（の一種）である」

何が知りたいのか

母集団の度数分布が知りたい
標本の確率分布を推定すればよい

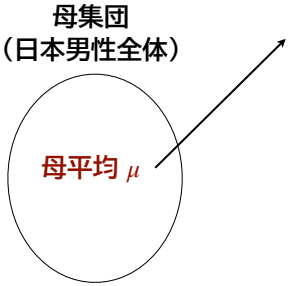
標本の確率分布，推定できる？

それは，「くじの結果から当たり確率を推定する」のと同じ
くじを1本だけひいても，当たり確率はわからない

どうする？

標本平均と母平均🤔

母平均の推定

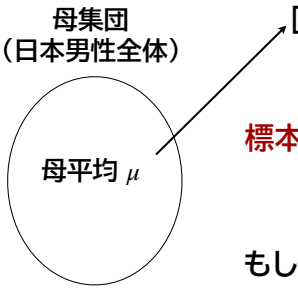


標本として数値をいくつか取り出して，
それらの平均 ［標本平均］

標本平均は母平均に近い値になるか？

母平均が知りたい が，日本男性全員は調べられない

母平均の推定

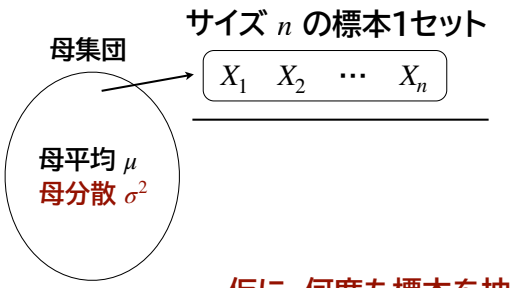


［標本平均］

標本平均は母平均に近い値になるか？

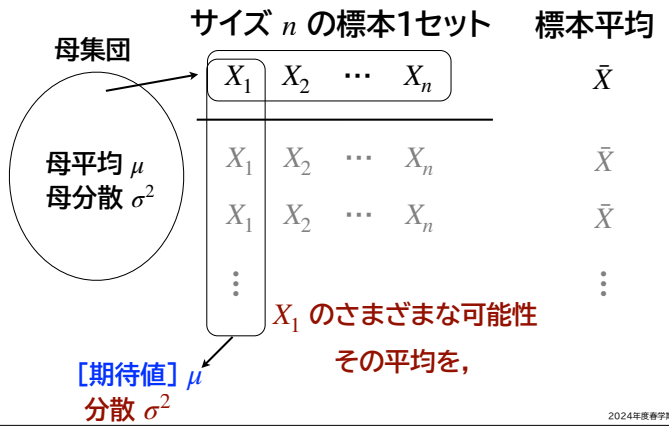
もし偏った標本が得られていたら，
標本平均は母平均と大きく食い違うことに

母平均の推定



仮に，何度も標本を抽出したとしたら？

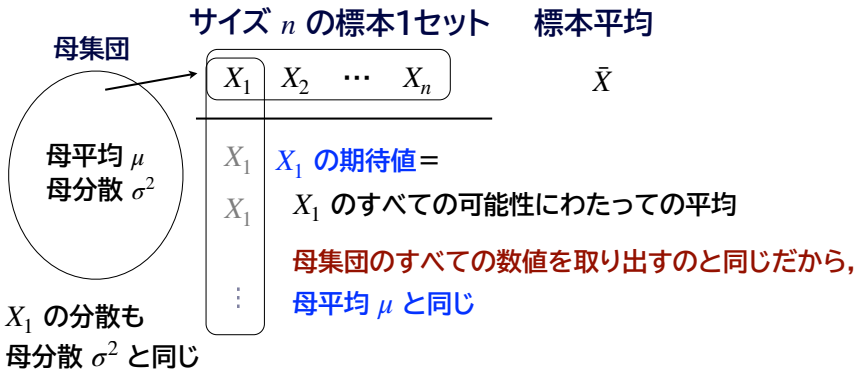
X_1の期待値と分散は



期待値とは？

期待値とは？

期待値は平均の一種で「すべての可能性にわたっての平均」

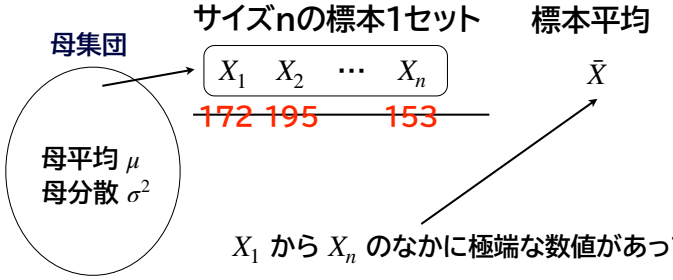


X_1 の期待値＝
X_1 のすべての可能性にわたっての平均

母集団のすべての数値を取り出すのと同じだから，
母平均 μ と同じ

X_1 の分散も
母分散 σ^2 と同じ

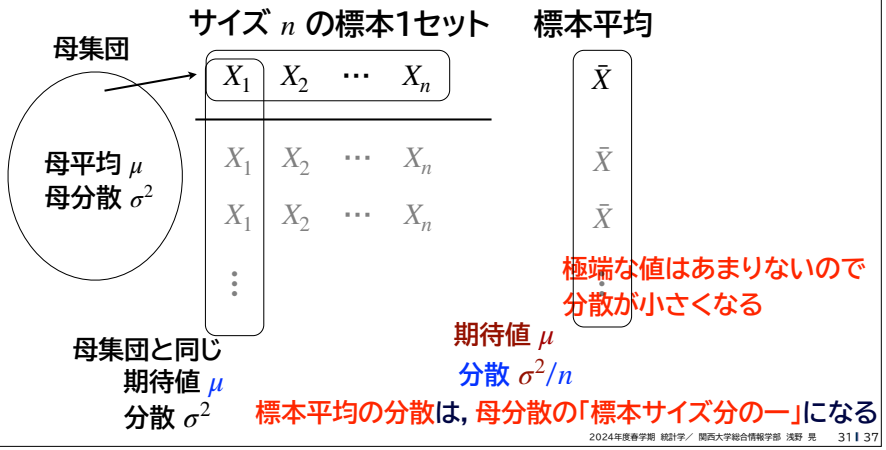
標本平均の期待値と分散は



X_1 から X_n のなかに極端な数値があっても，

n 個の数値を平均すれば，
そんなに極端な数値にはまずならない
（極端な数値の影響が $1/n$ に薄められる）

標本平均の期待値と分散は



極端な値はあまりないので
分散が小さくなる

母集団と同じ
期待値 μ
分散 σ^2

期待値 μ
分散 σ^2/n

標本平均の分散は，母分散の「標本サイズ分の一」になる

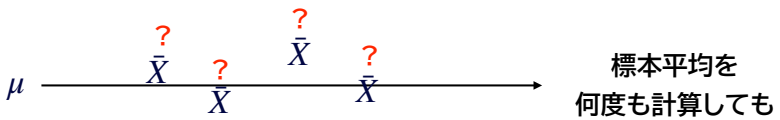
母平均の推定

母平均が μ
母分散が σ^2 のとき，

標本平均の期待値が μ
標本平均の分散が σ^2/n

仮に，何度も標本を抽出して，何度も標本平均を計算したとすると

分散が小さくなっているので，「たいてい，ほぼ」母平均に近い



標本平均を
何度も計算しても

いつ計算しても，たいていそれほど変わらない

いま1回だけ計算した標本平均は，上のどれなのかわからないが
たいてい，ほぼ母平均に近い値だろう

母平均の推定へ

いま1回だけ計算した標本平均は，
「たいてい，ほぼ」母平均に近い値だろう

どのくらい近い？

どのくらいの確率で？
はずれる確率は？

このあたりから次回へ

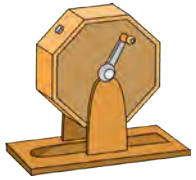
理想的な無作為抽出とは🎯

復元抽出と非復元抽出

理想的な無作為抽出は，「公平なくじびき」

・どのくじも同じ確率で選ばれる
・ある回のくじびきの結果が，他の回に影響しない（独立）

こうであるためには，



出たくじをすぐに箱に戻す
［復元抽出］

「標本の大きさ」の意味

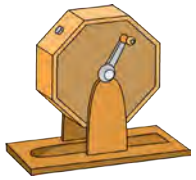
母分散が σ^2 のとき，標本平均の分散が σ^2/n

標本平均の分散に関係しているのは
標本の大きさであって，母集団の大きさは関係ない

推測の確かさに影響するのは
標本の大きさであって，
標本の大きさの，母集団の大きさに対する割合 ではない

標本の大きさとは

「10人からなる標本」の意味は,
1,000人からなる母集団でも100,000人からなる母集団でも同じ🤔…



理想的な無作為抽出では, 復元抽出を行う
標本サイズは,
「取り出された数値の個数」というよりも
「同一の母集団から数値ひとつひとつを取り出す回数」
→ 母集団の大きさに対する割合は無関係

(非復元抽出をした場合は, 計算で補正する方法がある)