

## 2024 年度春学期 統計学 第 13 回演習の解答例

標本サイズ (=測定回数) を  $n (=10)$  とし, 標本平均  $\bar{X} (=10.0)$ , 不偏分散  $s^2 (=0.04)$  とする。真の長さを  $\mu$  とするとき,  $t$  統計量

$$t = \frac{\bar{X} - \mu}{\sqrt{\frac{s^2}{n}}} \quad (\text{A1})$$

は自由度  $n - 1$  の  $t$  分布にしたがう。よって,  $t_{0.025}(n - 1)$  を「自由度  $n - 1$  の  $t$  分布において,  $t$  統計量が  $t_{0.025}(n - 1)$  以上である確率が 0.025 になるような  $t$  の値 (2.5%点)」とすると,

$$P \left( -t_{0.025}(n - 1) \leq \frac{\bar{X} - \mu}{\sqrt{\frac{s^2}{n}}} \leq t_{0.025}(n - 1) \right) = 0.95 \quad (\text{A2})$$

がなりたつので,  $\mu$  の 95%信頼区間は

$$\left[ \bar{X} - t_{0.025}(n - 1) \sqrt{\frac{s^2}{n}}, \bar{X} + t_{0.025}(n - 1) \sqrt{\frac{s^2}{n}} \right] \quad (\text{A3})$$

となる。この式に, 上記の数値, および  $t_{0.025}(9) = 2.262$  を代入すると,  $\mu$  の 95%信頼区間は,  $[9.86, 10.14]$  と求められる。