2025 年度秋学期 応用数学 (解析) 第2回演習の解答例

- 1. 有理数は2つの整数を分母分子とする分数で表される数ですから、分母を横軸、分子を縦軸とする座標平面上の格子点で表されます。この格子点を渦巻き状にたどって数え上げていけば(ただし約分すれば既にたどった数と同じになるものはとばす)、自然数との間に全単射をつくることができます。
- 2. 1号室の客には 2号室に、2号室の客には 4号室に、、、n号室の客には 2n号室に、、 それぞれ移ってもらいます。自然数と偶数の基数は同じ \aleph_0 ですから、これは可能です。こうすると奇数番号の部屋が空きます。偶数の場合と同様に、奇数の基数も \aleph_0 ですから、 \aleph_0 人の客を泊めることができます。

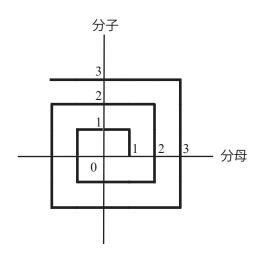


図 1: 有理数と自然数との間の全単射.