

1. 特性方程式は $\lambda^2 - 2\lambda - 3 = 0$ で、これを解くと $\lambda = 3, -1$ です。よって、一般解は $x(t) = C_1 e^{3t} + C_2 e^{-t}$ (C_1, C_2 は任意の定数) となります。初期条件は $x(0) = C_1 + C_2 = 0$, $x'(0) = 3C_1 - C_2 = 4$ ですから、これらから $C_1 = 1$, $C_2 = -1$ が得られます。よって求める特殊解は $x(t) = e^{3t} - e^{-t}$ です。■
2. 特性方程式は $\lambda^2 + 1 = 0$ で、これを解くと $\lambda = \pm i$ です。よって、一般解は $x(t) = C_1 \cos t + C_2 \sin t$ (C_1, C_2 は任意の定数) となります。初期条件は $x(0) = C_1 \cos(0) + C_2 \sin(0) = C_1 = 1$, $x'(0) = C_1(-\sin(0)) + C_2 \cos(0) = C_2 = 1$ で、求める特殊解は $x(t) = \cos t + \sin t$ です。■
3. 特性方程式は $\lambda^2 - 4\lambda + 4 = 0$ で、これを解くと $\lambda = 2$ (重解) となります。よって、一般解は $x(t) = C_1 e^{2t} + C_2 t e^{2t}$ (C_1, C_2 は任意の定数) となります。初期条件は $x(0) = C_1 = 0$, $x'(0) = 2C_1(e^{(2 \cdot 0)}) + C_2(e^{(2 \cdot 0)} + 2 \cdot 0 \cdot e^{(2 \cdot 0)}) = 2C_1 + C_2 = 1$ ですから、求める特殊解は $x(t) = t e^{2t}$ となります。■