

2025 年度春学期 統計学 第 13 回演習の解答例

標本サイズ (=測定回数) を n ($=10$) とし, 標本平均 $\bar{X}$ ($=10.0$), 不偏分散 s^2 ($=0.04$) とする。真の長さを μ とするとき, t 統計量

$$t = \frac{\bar{X} - \mu}{\sqrt{\frac{s^2}{n}}} \quad (\text{A1})$$

は自由度 $n-1$ の t 分布にしたがう。よって, $t_{0.025}(n-1)$ を「自由度 $n-1$ の t 分布において, t 統計量が $t_{0.025}(n-1)$ 以上である確率が 0.025 になるような t の値 (2.5%点)」とすると,

$$P\left(-t_{0.025}(n-1) \leq \frac{\bar{X} - \mu}{\sqrt{\frac{s^2}{n}}} \leq t_{0.025}(n-1)\right) = 0.95 \quad (\text{A2})$$

がなりたつので, μ の 95%信頼区間は

$$\left[\bar{X} - t_{0.025}(n-1)\sqrt{\frac{s^2}{n}}, \bar{X} + t_{0.025}(n-1)\sqrt{\frac{s^2}{n}}\right] \quad (\text{A3})$$

となる。この式に, 上記の数値, および $t_{0.025}(9) = 2.262$ を代入すると, μ の 95%信頼区間は, $[9.86, 10.14]$ と求められる。