2026年度秋学期

統計学

第10回
分布の推測とは
– 標本調査，度数分布と
確率分布



関西大学総合情報学部
浅野 晃

「統計学」の後半は
統計的推測💡

「統計的推測」とは

ここまでは

データを度数分布で整理する
度数分布を要約する（平均・分散）

記述統計学

調べたいデータ全体を調べられるか？

「統計的推測」とは

調べたいデータ全体を調べられるか？
日本男性全員の身長を調べられるか？

データ全体の数値をすべて調べるのは，
費用や時間がかかる

最近はそうでもないのでは…（ぼそ）

その通りで，「ビッグデータ」という言葉がよく聞かれたこともあり，
さらに今は「機械学習」もさかんになりました。

「統計的推測」とは

調べたいデータ全体を調べられるか？

日本男性全員の身長を調べられるか？　※なぜ例が「男性」なのかは，もう少し先で。

データを集める手間は劇的に減ったけれど
測定作業の手間や費用は変わらない

それに，調べると，壊れてしまうものもある

料理をすべて味見してしまったら，食べるものがなくなってしまう

「統計的推測」とは

調べたいデータ全体を調べられるか？

日本男性全員の身長を調べられるか？

データの一部を調べて度数分布を推測する

いや，せめて平均や分散を推測する

統計的推測

統計的推測の基本は「くじびき」🎯

偏った抽出をしてしまうと

統計的推測は，

集団のデータ全体を調べていないのに，
集団全体のようすを調べようとする

結果が間違っている可能性がある

バレーボール🏐やバスケットボール🏀の選手ばかり選んでしまったら

「日本人はすごく背が高い？」

「まんべんなく」抽出できるか？

わざわざ背の高い人ばかり選ぶことはない

高低まんべんなく選べば，
その平均は集団の平均とだいたい同じ

それはそうだけど

集団にどんな人👽がいるか何も知らないのに
選ばれた人が，集団のなかで背が高いか低いかなどわからない

公平なくじ引きで選ぶ

集団にどんな人がいるか何も知らないのに
選ばれた人が，集団のなかで背が高いか低いかなどわからない

「まんべんなく選ぶ」のは無理

なので

公平なくじ引きで選ぶ

くじ引きで選ぶと

集団からくじびきで選ぶと

偶然，⚾🏀選手のような人ばかりを
選んでしまって，おかしな結果になる可能性が
ないわけではないけれど，

そうなる確率は小さい　　その確率も計算できる。

無作為抽出

データ全体から，いくつかの数値を
公平なくじびきで選ぶ

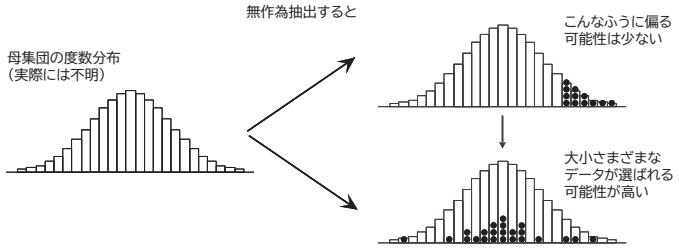
[無作為標本抽出]あるいは
[無作為抽出]という

調べたい(が全部を調べるのは無理な)集団[母集団]

調べられる程度のデータ[標本(サンプル)]

無作為抽出

集団からくじびきで選ぶと



★たくさんの人を抽出すると，偏らないか？

無作為抽出なら，そう期待できる。（今日の後半）

無作為抽出でなければ，必ずしもそうではない。

（ツイッターのTLは「鏡に映った自分の意見」）

標本「サイズ」

「母集団」や「標本」という言葉は，
「データ」と同様，数値の集まりをさす（1つ1つの数値ではない）

母集団も標本も，その中に含まれる数値の個数を
大きさ（サイズ）という
（[標本サイズ]とはいうが，標本数やサンプル数とはいわない）

家族（family）という言葉に似ている

※「母集団のサイズ」を母数とはいいません。母数は別の意味です（よくある誤り）
※「サンプル数」という誤った表記をよく見かけますが，標本サイズは数えられる
程度の数であることが多いからでしょうか。

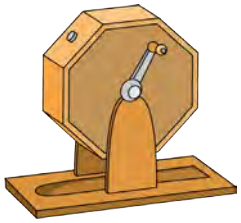
度数分布と確率分布🤔

度数分布と確率分布

標本を無作為抽出するとき
ある数値が出てくる確率がどのくらいになるか

さっきの
「偏った数値ばかり選んでしまう」確率を求めるのにも必要

「公平なくじびき」と当たり確率

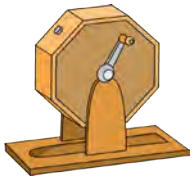


https://illpop.com/png_season/dec01_a07.htm

この中に入っている当たりくじの割合が
20%とする

くじを1回ひいて，当たる確率は？　　20% 本当？

「公平なくじびき」と当たり確率

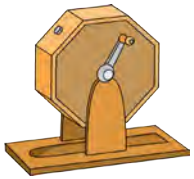


当たりくじの割合が20%なら，
当たる確率も20%

これが本当であるためには，

- どのくじも同じ確率で選ばれる
- ある回のくじびきの結果が，他の回に影響しない（独立）

「公平なくじびき」と当たり確率



どのくじも同じ確率で選ばれるのなら，

くじの総数のうち20%が当たり
→当たりが出る確率は20%

（ラプラスの確率の定義）

度数分布で考えると

母集団の度数分布

階級値	相対度数
⋱	
162.5	15%
167.5	20%
172.5	20%
177.5	10%
⋱	

無作為抽出 →

階級値172.5の人が
選ばれる確率は

20%

度数分布で考えると

どの階級についても同じだから

母集団の度数分布

階級値	相対度数
162.5	15%
167.5	20%
172.5	20%
177.5	10%

無作為抽出 →

標本の[確率分布]

階級値	選ばれる確率
162.5	15%
167.5	20%
172.5	20%
177.5	10%

確率分布と確率変数

つまり 母集団の度数分布（母集団分布） ＝ 標本の確率分布

階級値	選ばれる確率
162.5	15%
167.5	20%
172.5	20%
177.5	10%

標本は，
値がいくらになるかは決まっていない
しかし確率分布が決まっている
（知っているかどうかは別）

こういう数を[確率変数]という
（中国語では随機変数）

「標本は，確率変数（の一種）である」

何が知りたいのか

母集団の度数分布が知りたい

標本の確率分布を推定すればよい

標本の確率分布，推定できる？

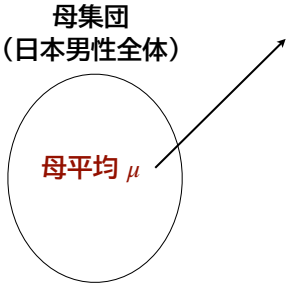
それは，「くじの結果から当たり確率を推定する」のと同じ

くじを1本だけひいても，当たり確率はわからない

どうする？

標本平均と母平均🤔

母平均の推定

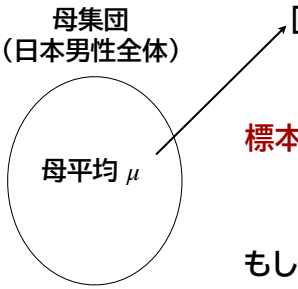


標本として数値をいくつか取り出して，
それらの平均 ［標本平均］

標本平均は母平均に近い値になるか？

母平均が知りたい が，日本男性全員は調べられない

母平均の推定

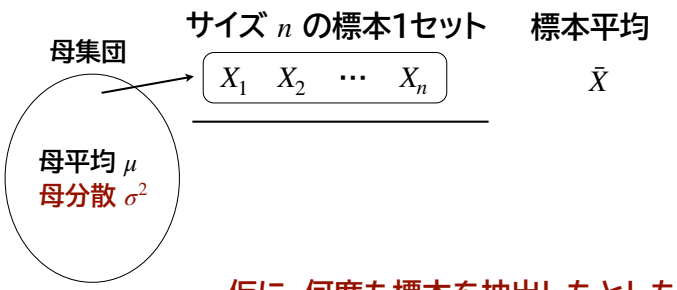


［標本平均］

標本平均は母平均に近い値になるか？

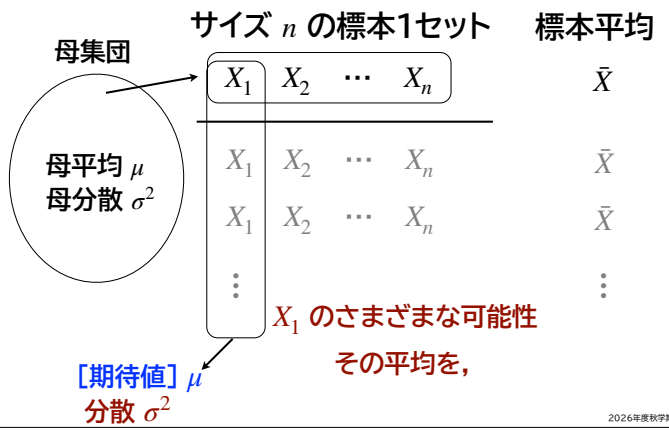
もし偏った標本が得られていたら，
標本平均は母平均と大きく食い違うことに

母平均の推定



仮に，何度も標本を抽出したとしたら？

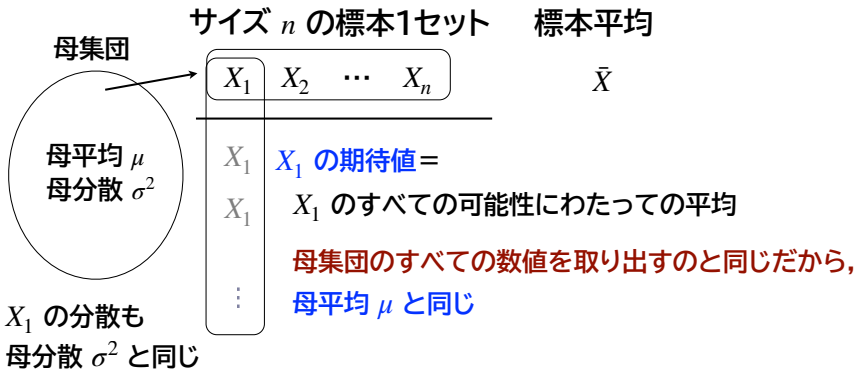
X_1の期待値と分散は



期待値とは？

期待値とは？

期待値は平均の一種で「すべての可能性にわたっての平均」

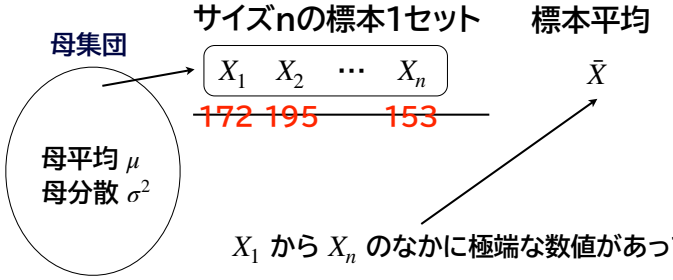


X_1 の期待値＝
X_1 のすべての可能性にわたっての平均

母集団のすべての数値を取り出すのと同じだから，
母平均 μ と同じ

X_1 の分散も
母分散 σ^2 と同じ

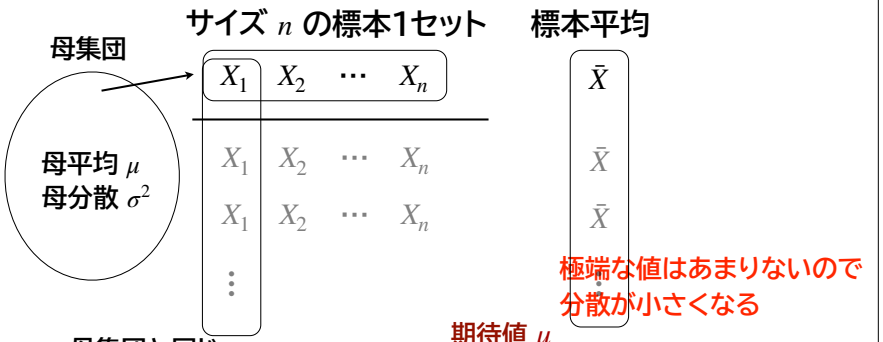
標本平均の期待値と分散は



X_1 から X_n のなかに極端な数値があっても，

n 個の数値を平均すれば，
そんなに極端な数値にはまずならない
（極端な数値の影響が $1/n$ に薄められる）

標本平均の期待値と分散は



極端な値はあまりないので
分散が小さくなる

母集団と同じ
期待値 μ
分散 σ^2

期待値 μ
分散 σ^2/n

標本平均の分散は，母分散の「標本サイズ分の一」になる

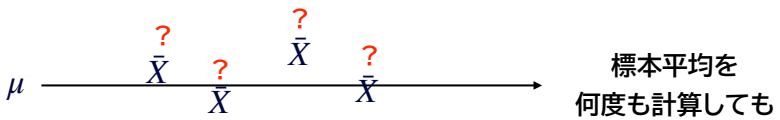
母平均の推定

母平均が μ
母分散が σ^2 のとき，

標本平均の期待値が μ
標本平均の分散が σ^2/n

仮に，何度も標本を抽出して，何度も標本平均を計算したとすると

分散が小さくなっているので，「たいてい，ほぼ」母平均に近い



いつ計算しても，たいていそれほど変わらない

いま1回だけ計算した標本平均は，上のどれなのかわからないが
たいてい，ほぼ母平均に近い値だろう

母平均の推定へ

いま1回だけ計算した標本平均は，
「たいてい，ほぼ」母平均に近い値だろう

どのくらい近い？

どのくらいの確率で？
はずれる確率は？

このあたりから次回へ

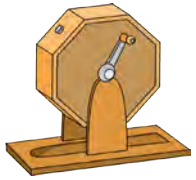
理想的な無作為抽出とは🎯

復元抽出と非復元抽出

理想的な無作為抽出は，「公平なくじびき」

・どのくじも同じ確率で選ばれる
・ある回のくじびきの結果が，他の回に影響しない（独立）

こうであるためには，



出たくじをすぐに箱に戻す
［復元抽出］

「標本の大きさ」の意味

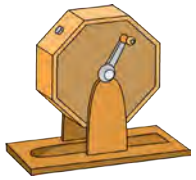
母分散が σ^2 のとき，標本平均の分散が σ^2/n

標本平均の分散に関係しているのは
標本の大きさであって，母集団の大きさは関係ない

推測の確かさに影響するのは
標本の大きさであって，
標本の大きさの，母集団の大きさに対する割合 ではない

標本の大きさとは

「10人からなる標本」の意味は,
1,000人からなる母集団でも100,000人からなる母集団でも同じ
🤔…



理想的な無作為抽出では, 復元抽出を行う
標本サイズは,
「取り出された数値の個数」というよりも
「同一の母集団から数値ひとつひとつを取り出す回数」
→ 母集団の大きさに対する割合は無関係

（非復元抽出をした場合は, 計算で補正する方法がある）